



NUOVE ISTITUZIONI

D' ARITMETICA
PRATICA

COMPOSTE

DA

PIETRO DI MARTINO

Professore di Astronomia nell' Università
di Napoli.

In questa nuova impressione migliorate, ed accresciute

E DEDICATE

ALL' ECCELLENTISSIMO SIGNORE

D. TOMMASO CARACCIOLO
DE' DUCHI DI MARTINA.



IN NAPOLI MDCCLXIII.

Nella Stamperia di Donato Campo.

A SPESE DI GREGORIO STASI A S. BIASO DE' LIBRAI.

Con licenza de' Superiori.

Nisi utile est quod facimus, stulta est gloria.

Phaedrus Fab. XVII. Libri III.



Die 23. mensis Aprilis 1763.

Reimprimatur.

CAVALCANTI.

Carulli.

ECCELLENTISS. SIGNORE.



Quei, che non è nota la rinomata Famiglia Caracciolo sembreranno forse una eccessiva adulazione le lodi, che io, se permesso fussemi, le darei; in anoverandole: ma che dissi mai! ed a chi non è noto il Nome cotanto celebre e nelle vicine, e nelle rimote regioni, della Famiglia anzidetta segnalatissima e nell'arte della Guerra, e ne'studj della Pace, per non rintrac-

ciar un per uno i modi, che la refero sempremai rispettabile, e famosa? Cesserà, dunque, in me il timore di esser tacciato di adulazione, allorchè si senta solamente il Nome de' Carraccioli, che in se stesso una immensa lode contiene per i ragguardevoli soggetti, che ha prodotto per lo passato, e tuttavia produce nel Mondo.

Fa chiara, e luminosa comparsa sopra Tutti Il Principe della Famiglia anzidetta rappresentato dall' Eccellentissimo Signor Duca di Martina, di cui, per servirmi della frase del Celeberrimo di Gennaro

Est vulgare decus laudari posse, sapitque
Vulgarem laudem, laudibus esse parem.

Dovendo io, impertanto, rinnovar coll' E. V. la mia antica servitù, che nè più teneri anni altra fiata ebbi l' onore di dedicarle, ed essendo Voi della Casa anzidetta, basterammi soltanto tacendo, ed ammirando le Virtù grandi, che v' adornano, venerarvi divotamente, e non entrare nel periglioso cimento,

o di

o di non lodarvi abbaſtanza, per eſſer troppo ardimentoſo in voler racchiudere in poca carta il Grande, e l'ammirabile delle Virtù, e de i Preggi della voſtra chiara Proſapia, e di Voi, che ſiete Erede ben degno delle rare qualità, ed eccelſe doti di quella, o di offuſcare colle mie mal concepute, ma riverenti eſpreſſioni, il voſtro ſublime Carattere, come ſovente addiviene a chi con poca lena le altrui Geſta, e Meriti troppo luminoſi lodar pretende.

Nulla, dunque, dirò di Voi, che ſiete ſtato, e ſarete ſemper il mio temuto, e riſpettabile Mecenate, baſtandomi ſolo, che riconoſciate in me un animo devoto, ſincero, ed anelante a conſeguir Gloria preſſo il Mondo per l'Ombra della voſtra valevoliſſima Protezione.

L'aver accolto benignamente altra volta i piccioli contraſegni della mia umile Servitù, mi rende ardire al preſente a dedicarvi un libro, che per la ſeconda volta dono al Publico: Egli contiene le nuove iſtituzioni di Aritmetica pratica del Signor D. Pietro

di

di Martino Professore di Astronomia, e Nautica nella nostra Università: la picciolezza della mole di quello, come non ha recato finora pregiudizio alcuno a quel, che di grande in se racchiude, così mi fa a tutta ragione sperare, che debba incontrare il vostro gradimento, tanto maggiormente, che è notissimo quanto siate ben inchinato a favorire chi a Voi ricorre, quanto prodigamente proteggete i vostri servidori dall'altrui livore, e dalle Calunnie, non misurando i meriti di quelli, ma soltanto badando alla fiducia, che' an avuto di ricorrere alla vostra protezione per ottener quanto bramano.

Spero in appresso, se il Ciel m' assiste, di eternare il vostro Nome, e renderlo (quantunque punto non ne abbisogni) con altre edizioni dell' opere di più celebri Autori vieppiù famoso: Quindi per ora vi prego vivamente di accettar con animo cortese, gentile la picciola offerta di questa operetta, che tanto ella, quando io da ogg' innanzi anderem più fastosi: ella col vostro nome rispettabile in fronte, ed io nel

nel Cuore, motivo per cui averò sempreppiù la Gloria di essere constantemente.

Di V. E.

Devotiss., ed obbligatiss. Serv. Vero
Gregorio Stasi.



L' AUTORE

A chi legge.

UNa lunga prefazione mal ſi conviene ad un libricciuolo come queſto, che altro non contiene, ſe non le regole pratiche dell' Artimetica. Mi baſta ſolamente farti ſapere, che tale, quale egli è, ſia ſtato compoſto per que' tali, che deſiderano ſapere ſolamente le operazioni di queſta Scienza ſenza curarſi di penetrare ne' fondamenti delle medeſime: come ordinariamente ſi ſuol fare da chi ſi applica a cotal ſtudio. Del rimanente io ho proccurato di eſporre le ſudette regole con tutta la maggior chiarezza e brevità: ne dubito che ognuno ſia capace d' intenderle da se, ſenza la voce del Maeſtro. Ho conſiderati tutti i caſi, che poſſono aver luogo in ciaſcuna regola, e gli ho eſaminati in diſparte: ciocchè ſarà di grandiſſimo profitto a' ſtudioſi di queſta Scienza. Vivi ſano.

INTRODUZIONE

Nella quale si spiega il modo di profferire, e di scrivere qualsivoglia numero.

I.



Ritmetica è quell' arte, la quale insegna a maneggiare i numeri, il qual maneggio consiste principalmente in quattro operazioni, che sono il *Sommare*, il *Sottrarre*, il *Multiplicare*, ed il *Partire*, ed *Aritmetico* si dice il perito di cotesta Scienza.

II.

Le figure, o sian cifre praticate comunemente dagli Aritmetici sono le diece seguenti co' loro nomi, e valori.

o. Si chiama *zero*, e non significa cosa alcuna.

1. Si chiama *uno*, e significa una co-

Modo di profferire, e descrivere qual si voglia numero

sa; come un zecchino, un giulio.

2. Si chiama *due*, e significa due cose; come due zecchini, due giulj.

3. Si chiama *tre*, e significa tre cose; come tre zecchini, tre giulj.

4. Si chiama *quattro*, e significa quattro cose; come quattro zecchini, quattro giulj.

5. Si chiama *cinque*, e significa cinque cose; come cinque zecchini, cinque giulj.

6. Si chiama *sei*, e significa sei cose; come sei zecchini, sei giulj.

7. Si chiama *sette*, e significa sette cose; come sette zecchini, sette giulj.

8. Si chiama *otto*, e significa otto cose; come otto zecchini, otto giulj.

9. Si chiama *nove*, e significa nove cose; come nove zecchini, nove giulj.

III.

Questi dieci caratteri, e non più usano gli Artimetici in scrivere tutti li numeri, come ora si verrà spiegando. Prima però suppongo esser noto a tutti, che siccome il numero *diece* non è altro, che l'unità replicata diece volte, così il numero *cento* non sia altro, che il

il diece replicato pur diece volte, ed il *mille* sia il cento replicato parimente diece volte; e il *diece mila* sia il mille replicato eziandio diece volte; ed il *centomila* sia il numero diece mila replicato diece volte: finalmente il numero *millemila*, il quale si chiama ancora *milione*, sia il numero cento mila replicato pure diece volte.

Modo di proferire, e descrivere qualsivoglia numero.

IV.

Tali nomi nacquero senza dubio dall' essere stati gli uomini mai sempre studiosi del discorso succinto, e compendioso; sicchè in vece di dire diece volte diece, dissero *cento*; ed in vece di dire diece volte cento dissero *mille*. Poi per uniformità, e per non essere obbligati ad introdurre un' infinità di tali vocaboli (ciocchè avrebbe apportato una confusione infinita) dissero *diece volte mille, cento volte mille, mille volte mille*, ed ancora *milione*: imperciocchè *milione* vale tanto, quanto mille volte mille. Quindi passando più innanzi dissero similmente *diece milioni, cento milioni, mille milioni, diece mila milioni, cento mila milioni, mille*

Modo di proferire, e descrivere qualsivoglia numero.

mila milioni, ch' è l' istesso, che *milione volte milione*, il quale chiamarono con una voce sola *bilione*; e così successivamente inoltrandosi pervennero prima al *trilione*, che è milione volte bilione, poi al *quatrilione*, che è milione volte trilione; Indi al *quintilione*, e così susseguentemente all' infinito; come si può vedere nelle due liste seguenti, nella prima delle quali ogni numero contiene il suo precedente diece volte; e nell' altra ogni numero contiene il suo precedente milione volte.

V.

PRIMA LISTA.

I. Uno.
II. Diece.
III. Cento.
IV. Mille.
V. Diece mila.
VI. Cento mila.
VII. Milione.
VIII. Diece milioni.
IX. Cento milioni.
X. Mille milioni.
XI. Diece mila milioni.
XII. Cento mila milioni,
XIII. Mille mila milioni, ovvero bilione.
XIV. Diece bilioni.
XV. Cento bilioni.
XVI. Mille bilioni.
XVII. Dieci mila bilioni.
XVIII. Cento mila bilioni.

XIX.

XIX. Mille mila bilioni, ovvero trilione.
XX. Diece trilioni.
XXI. Cento trilioni.
XXII. Mille trilioni.
XXIII. Diece mila trilioni.
XXIV. Cento mila trilioni.
XXV. Mille mila trilioni, ovvero quadrilione.

Modo di proferire, e descrivere qualsivoglia numero.

SECONDA LISTA.

I. Milione.
II. Bilione.
III. Trilione.
IV. Quatrilione.
V. Quintilione.
VI. Seſtilione.
VII. Settilione.
VIII. Ottilione.
IX. Novilione.
X. Decilione.

VI.

Premeſse tali coſe è da ſaperſi eſsere ſtato dagli Aritmetici ordinàto, che *quando più caratteri ſono congiunti inſieme, ſolamente il primo di eſſi dalla parte deſtra conſervi il ſuo valore ordinario; * ogni altro carattere ſignifichi nel ſuo luogo diece volte più di quello, che ſignificheria, ſe gli foſſe portato nel luogo antecedente*; intendendo per luogo antecedente il luogo, che gli ſta avanti dalla parte deſtra, non già quello che è poſto a ſiniſtra;

* num. 21.

Modo di proferire, e descrivere qualsivoglia numero.

costumando gli Aritmetici di contare da quella parte verso questa. Dacchè siegue, *che il valore de' caratteri accoppiati insieme, per ragione di luogo, cresce sempre per decine.*

VII.

Così per esempio in questo numero 238 il primo carattere 8 disegna* otto cose, come otto zecchini, o pure otto giulj; il secondo 3 disegna diece volte più di quello che disegnerebbe, se egli fosse portato nel primo luogo: quindi poichè nel primo luogo egli disegneria tre zecchini, ovvero tre giulj, ne siegue, che nel secondo luogo deve esprimere trenta zecchini, ovvero trenta giulj. Finalmente il terzo, ed ultimo carattere 2 disegna nel suo luogo diece volte più di quello, che egli disegnerebbe, se fosse portato nel secondo luogo; quindi poichè nel secondo luogo egli disegnerebbe venti zecchini, o venti giulj, ne siegue che nel suo luogo deve esprimere dugento zecchini, ovvero dugento giulj: di modo che il numero 238 si deve profferire così: *dugento trentotto zecchini,*

* *num. 2.*

o giu-

giulj; e similmente il numero 964 si deve profferire *nove cento sessanta quattro giulj*; e finalmente il numero 621 si deve profferire *seicento ventuno giulj*.

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

VIII.

In un numero dunque composto da tre caratteri, il primo carattere a man destra esprime tante cose, quante unità egli contiene. Il secondo esprime tante decine di cose, quante unità ancora egli contiene. E finalmente il terzo esprime tante centinaja di cose, quante unità egli contiene. Laonde se il primo carattere è zero come nel numero 320, non ci saranno altro, che diecine, e centinaja, e si dirà *trecento venti giulj*. Se il secondo carattere è zero, come accade nel numero 204, mancheranno le decine solamente, e perciò si dovrà dire *ducento, e quattro giulj*. Se così il primo, come il secondo carattere è zero, resteranno le centinaja sole, come accade nel numero 600, il quale si profferirà *sei cento giulj*. E finalmente se l'ultimo carattere è zero, come accade nel numero

Modo di profferire, e descrivere qual si voglia numero.

045, mancheranno le centinaja, e si dirà *quaranta cinque giulj*; come si direbbe ancora, se si levasse via il zero, e si scrivesse 45.

IX.

In un numero composto da sei caratteri, quale è 456324, il primo, il secondo, ed il terzo hanno i valori accennati nell'articolo antecedente *, ma il quarto 6 esprime tante migliaja, quanto unità egli contiene, vale a dire *sei migliaja*; il quinto 5 esprime tante decine di migliaja, quante unità egli contiene, vale a dire *cinquanta mila*; e finalmente il sesto 4 esprime tante centinaja di migliaja, quante unità egli contiene, vale a dire *quattro cento mila*, è la ragione è, perchè la quarta figura 6 nel luogo suo disegna * diece volte più di quello; che ella disegnerebbe nel luogo antecedente; di modo che nel luogo antecedente avendo il valore * di sei cento, nel luogo suo deve valere sei mila. Similmente la quinta figura 5 nel luogo suo disegna diece volte più di quello, che disegneria se fosse portata nel luogo ante-

* num. 8.

* num. 6.

* num. 8.

tecedente; di modo che nel luogo antecedente avendo il valore di cinque mila, nel luogo suo deve valere cinquanta mila. E finalmente la sesta figura 4 nel luogo suo disegna diece volte più di quello, che ella disegnerebbe, se fosse portata nel luogo antecedente; di modo che siccome nel luogo antecedente significherebbe quaranta mila, così nel luogo suo deve significare, quattro cento mila. Quindi i numero 456324 si profferirà così: *quattrocento cinquantasei mila, trecento ventiquattro giulj, o zecchini*, e similmente il numero 268364 si profferirà *dugento ottantasei mila, trecento sessantaquattro*: e finalmente il numero 986125 si profferirà *novecento ottantaseimila, cento venticinque*. *Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.*

X.

Ogni numero senario, vale a dire ogni numero, che è composto da sei caratteri compartito che sia in due ternarj è facile a vedere, che il secondo ternario esprime mille volte più di quello, che egli esprimerebbe se fosse portato nel luogo antecedente, vale a dire

Modo di profferire, e descrivere qual sivoglia numero.

re nel luogo del primo ternario. Così nell' ultimo de' tre esempj addotti nell' articolo antecedente * il secondo ternario 986 se passasse nel luogo del primo, egli si profferirebbe *novecento ottantasei*; ma nel luogo suo vale novecento ottantasei mila; vale a dire mille volte più. L' istessa cosa è, se vi sono framischiati de' zeri; come il numero 240. 564 si deve profferire *ducento quaranta mila, cinquecento sessanta quattro*: dove si deve, che il secondo ternario vale mille volte più di quello che valerebbe, se egli fosse il primo. Similmente il numero 500. 456 si profferisce *cinquecento mila, quattrocento ottantasei*. E finalmente il numero 005. 481 si vuol profferire *cinque mila, quattrocento ottantuno*; come se i due primi zeri non ci fossero.

* *num.* 9.

XI.

Siccome la figura situata nel sesto luogo esprime * centinaja di migliaja, così la figura situata nel settimo luogo, la quale deve esprimere diece volte più * di quello, che esprimerebbe se fosse posta nel sesto luogo, disegnerà

* *num.* 9.

* *num.* 6.

mi-

milione. E quindi, cominciando da capo l'ottava figura esprimerà diecine di milioni; la nona centinaja di milioni; la decima migliaja di milioni; l'undecima diecine di migliaja di milioni; la duodecima centinaja di migliaja di milioni, e la decima terza bilioni. E poi, cominciando di bel nuovo da capo, si dovrà dire, che la quattordicesima disegnerà diecine di bilioni, fino alla diciannovesima, che disegnerà trilioni; e così conseguentemente innoltrandosi, si troverà che il quatrilione cada nella figura venticinquesima; il quintilione nella trentunesima; il sestilione nella trentasettesima, e così in appresso; sempre coll' intervallo di sei figure, come è notato in questa lista. *Modo di proferire, e descrivere qual si voglia numero.*

I. Il milione cade nella 7. figura.
II. Il bilione cade nella 13.
III. Il trilione cade nella 19.
IV. Il quatrilione cade nella 25.
V. Il quintilione cade nella 31.
VI. Il sestilione cade nella 37.
VII. Il settilione nella 43.
VIII. L'ottilione cade nella 49. &c.

XII.

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

XII.

Un numero dunque, che ſia di ſette figure, quale è 6324564 ſi profferirà così: *ſei milioni, trecento ventiquattro mila, cinquecento ſeſſanta quattro*. Un numero, che ſia di otto figure, quale è 24563286 ſi profferirà così: *ventiquattro milioni, cinquecento ſeſſantatre mila, dugento ottantaſei*. Un numero, che ſia di nove figure, quale è 632564323 ſi profferirà così; *ſeicento trenta due milloni, cinquecento ſeſſanta quattromila, trecento ventitre*. Un numero, che ſia di diece figure, quale è 2648632544, ſi profferirà così: *duemila, ſeicento quarantotto milioni, ſeicento trenta due mila, cinquecento quaranta quattro*; e così paſſando innanzi ſi troverà il modo di profferire i numeri molto più compoſti.

XIII.

Ma ſarà meglio in pratica compartire per via di punti il numero dato prima in tanti ſenarj, in quanti egli è capace di potere eſſere diviſo, e poi ciaſcun ſenario tornarlo a compartire

per

per via di virgole in due ternarj, come si vede fatto nel numero seguente: 456; 863. 943, 846. 986, 456. 456, 324. dove primieramente tutto il numero è diviso in quattro senarj con altrettanti punti interposti, e poi ogni senario è diviso in due ternarj con altrettante virgole interposte; di maniera che l'istesso numero resta compartito in otto ternarj con virgole, e punti alternativamente. Fatta tal divisione si profferirà il numero, usando le tre regole seguenti. La prima regola è *di profferire ciascuno ternario di ogni senario, come se egli stasse da se solo*. La seconda regola è *di legare i ternarj di ciascuno senario colla voce* mila. E finalmente la terza è *di legare l'un senario coll'altro colle voci di milione, bilione, trilione, quatrilione, &c.* cioè dire milione fra il secondo, e primo senario; bilione fra il terzo, e secondo: trilione fra il quarto, e terzo, e così sussequentemente: laonde il numero quì sopra notato si profferirà così: *quattrocento cinquantasei mila, ottocento sessantatre tri-*

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

Modo di proferire, e descrivere qualsivoglia numero.

trilioni : novecento quarantatremila ; ottocento quarantasei bilioni ; novecento ottantaseimila , quattrocento cinquantasei milioni ; quattrocento cinquantaseimila , trecento ventiquattro .

XIV.

Similmente il numero seguente , il quale comprende ventotto figure.
2, 485. 245, 234. 863, 456. 945. 632. 456, 256 . si profferirà così : *due mila , quattrocento ottantasei quatrilioni : dugento quarantacinque mila , dugento trentaquattro trilioni , ottocento sessantatre mila , quattrocento cinquantasei bilioni ; novecento quarantacinque mila , seicento trentadue milioni ; quattrocento cinquantasei mila , dugento cinquanta sei .* Per maggior distinzione li senarj si possono distinguere co' numeri 1. 2. 3. 4. 5. li quali indicheranno ancora dove si deve dire milione , dove bilione , dove trilione , dove quatrilione , etc. come si vede in questi due numeri , che sono que' medesimi quì sopra registrati.

456863

456863.^{3}943846.^{2}986456.^{1}457624 *Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.*

———— ———— ———— ——

3486.^{4}245336.^{3}865456.^{2}945632.^{1}456256

XV.

Anzi chi si vorrà dar la pena di mandarsi a memoria i luoghi ne' quali cadono il milione, il bilione, il trilione, il quatrilione, &c. che sono rispettivamente * il settimo, il tredicesimo, il diciannovesimo, il venticinquesimo, &c. egli non sarà neppure obbligato di usare la sudetta divisione, qualora gli occorrerà profferire qualche numero, ma gli basterà di annoverarsi le figure, ovvero i caratteri di quel numero, che egli ha da profferire. Per esempio se si propone a leggere il numero seguente.

* num. 11.

8324^{4}863256832456328632456324

fa duopo primieramente contarsi le figure, le quali si troveranno essere ventotto; dacchè si conosce, che oltre quattro senarj compiuti avanzano quattro figure di più. Poi perchè nella figura venticinquesima cade il quatrilione, si dovrà il suddetto numero proffe-

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

ferire, *otto mila trecento venti quattro quatrilioni; otto cento sessantatre mila, dugento cinquanta sei trilioni; ottocento trenta due mila, quattrocento cinquanta sei bilioni; trecento ventotto mila, seicento trenta due milioni; quattrocento cinquanta sei mila, trecento venti quattro.* Similmente il numero seguente costando di ventitre figure, e perciò comprendendo tre senarj compiuti, e cinque figure di più si dovrà profferire nella maniera seguente.

32,004.900,000.456,000.004,500

trentadue mila, e quattro trilioni; novecento mila bilioni; quattro cento cinquanta sei milioni; quattro mila, e cinquecento.

XVI.

Ogni numero composto da dodici caratteri compartito che sia in due senarj, è facile a vedere, che il secondo senario esprime milione volte più di quello, che egli esprimerebbe, se fosse portato nel luogo antecedente, vale a dire nel luogo del primo senario. Così nel numero 354325. 863256 il se-

secondo senario 354325 se fosse portato nel luogo del primo egli si profferirebbe *trecento cinquantaquattro mila, trecento venticinque*; ma nel luogo suo vale *trecento cinquantaquattro mila, trecento venticinque milioni*. Similmente ogni numero composto da diciotto caratteri compartito che sia in tre senarj è facile a vedere, che il terzo senario esprime milione volte più nel luogo suo di quello, che egli esprimerebbe se fosse portato nel luogo antecedente, vale a dire nel luogo del secondo senario. E generalmente compartito ogni qualunque numero in tanti senarj, in quanti è capace di potere essere compartito, ciascuno senario esprime nel luogo suo milione volte più di quello, che egli esprimerebbe, se fosse portato nel luogo del senario antecedente.

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

XVII.

Da tutto ciò, che si è detto sin'ora, s'inferisce, che per potere ben profferire qualsivoglia numero sia duopo ricordarsi de'tre precetti seguenti. *I. Ogni carattere nel luogo suo esprime* * *die-*

* *num. 6.*

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

diece volte più di quello, che egli esprimerebbe, se fosse portato nel luogo antecedente. II. Ogni ternario nel luogo suo esprime mille volte più di quello, che egli esprimerebbe, se fosse portato nel luogo del ternario antecedente. III. Ogni senario nel luogo suo esprime* milione volte più di quello, che egli esprimerebbe, se fosse portato nel luogo del senario antecedente.*

* num. 10

* num. 16.

XVIII.

Questo è il metodo di profferire qualsivoglia numero. Nello scriverli però è un punto più difficile; ma basterà solo aver riguardo a queste poche cose. I. che li numeri, li quali non passano nove, si scrivano * co' caratteri semplici; per esempio otto si scrive 8. quattro si scrive 4: e così degli altri, II. che li numeri, li quali sono fra nove, e cento si scrivono con due de' caratteri semplici combinati insieme debitamente; per esempio quarantasei si scrive 46; ottantaquattro si scrive 84. trenta si scrive 30; e così di tutti gli altri. III. che li numeri, che sono fra novantanove, e mille si scrivono con tre

* num. 2.

tre figure combinate insieme debitamente; come dugento trenta quattro si scrive 234; quattrocento sessanta si scrive 460; ottocento, e tre si scrive 803; dugento si scrive 200, e così degli altri. IV. che li numeri, li quali sono fra novecento novantanove, e diecimila si scrivono con quattro figure combinate insieme debitamente. V. che li numeri, li quali sono fra novemila novecento novantanove, e centomila, si scrivono con cinque figure combinate debitamente insieme. VI. che li numeri, li quali sono fra novantanove mila novecento novantanove, ed un milione si scrivono con sei figure. VII. Finalmente, che il milione richieda * sette figure; che il bilione ne richiede tredici; che il trilione ne richiede diciannove; che il quatrilione ne richiede venticinque, e così all'infinito.

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

* *num.* 16.

XIX.

Del rimanente queste nostre Istituzioni Aritmetiche saranno da noi compartite in *quattro* Sezioni. La *prima* Sezione comprenderà le quattro operazioni accennate nel principio * di que-

* *num.* 1.

 sta

Modo di profferire, e descrivere qualsivoglia numero.

sta introduzione, vale a dire il Sommare, il Sottrarre, il Moltiplicare, ed il Partire ne' numeri intieri. La *seconda* abbraccerà le medesime operazioni ne' numeri rotti. La *terza* tratterà dell' uso delle sudette operazioni nella soluzione di varie questioni. E finalmente la *quarta* parlerà dell' Estrazione delle radici così quadrate, come cubiche.

Del Sommare, sottrarre, moltiplicare, &c.

SEZIONE PRIMA

Ove son spiegate le regole da praticarsi nel sommare, sottrarre, moltiplicare, e partire li numeri intieri.

XX.

E' Notissima la divisione de' numeri in *intieri*, e *rotti*. Chiamansi numeri intieri, quelli, che sono misurati dall' unità esattamente: tali sono li numeri 23, 148, 6382, &c. Chiamansi rotti quelli, li quali sono minori dell' unità; come la metà d' un zecchino, che, siccome si dirà a suo luogo, si scrive così $\frac{1}{2}$; il quarto d' un giu-

giulio, che si scrive così $\frac{1}{4}$. Ma a queste due sorti di numeri fa duopo aggiugnere la terza di quelli, che sono parte intieri, e parte rotti; come sarebbe ventisei zecchini, e mezzo, che si scrive così 26 $\frac{1}{2}$; ovvero dugento vent'otto giulj, ed un quarto, che si scrive così 228 $\frac{1}{4}$. In questa *Sezione* adunque sono solamente spiegate le regole, che si debbono praticare nel sommare, sottrarre, moltiplicare, e partire li numeri intieri; imperciocchè per quanto si appartiene a' rotti, ed a que' numeri, che sono parte intieri, e parte rotti, di essi si parlerà nella *Sezione* seguente. *Del Sommare.*

CAPO PRIMO.

Del Sommare.

XXI.

SOmmare non è altro, che *unire in un sol numero maggiore più numeri minori*; ovvero *non è altro, che di più somme minori farne una mag-*

Del Sommare. giore; come per esempio de' numeri 34. e 45 farne la somma 79; e de numeri 145, 48, e 486, farne la somma 679. In questa operazione fa duopo distinguere due casi. Il *primo* caso è quando tutti li numeri proposti a sommarsi sono di cose dell'istessa specie; come per esempio tutti zecchini, tutti giulj, tutti ducati, &c. L'*altro* caso è quando li numeri, li quali si anno da sommare, non esprimono cose di una sola specie, ma disegnano cose di specie diverse; come ducati, carlini, e grana; ovvero cantara, rotola, libbre, ed oncie.

Esame del primo Caso.

XXII.

NEl *primo* caso fa duopo osservare le tre regole seguenti. La prima regola è di *scrivere l'un numero sotto l'altro con questa legge, che le unità corrispondano alle unità; le diecine alle diecine; le centinaja alle centinaja; le migliaja alle migliaja, &c.* come si vede praticato ne' due soscritti esempj,

283245

Del Sommare.

283245	48632
278324	456
563248	4832
632485	48
273254	5

ne' quali le figure, che hanno il medesimo valore locale, sono poste l'una sotto l'altra. La seconda regola è di *unire in una somma primieramente tutte le unità, indi tutte le diecine, poi tutte le centinaja; dopo tutte le migliaja, &c.* Finalmente la terza regola è questa di *scrivere sotto le unità la somma di tutte le unità; sotto le diecine la somma di tutte le diecine; sotto le centinaja la somma di tutte le centinaja; sotto le migliaja la somma di tutte le migliaja, &c.*

XXIII.

Ma si vuol avere questa avvertenza, che se mai la somma delle unità oltrepassasse 9. l'una, o le più diecine contenute nella sudetta somma si debbano serbare per la somma seguente delle diecine, e nel luogo delle unità si debbano notare solamente le unità so-

Del Sommare. verchiate, se pur ne sono soverchiate. E similmente se la somma delle diecine oltrepassasse 9, l'uno, o le più centinaja contenute nella suddetta somma si debbano serbare per la somma seguente delle centinaja, e nel luogo delle diecine si debbano solo notare le diecine soverchiate, se pur ne sono soverchiate. E così pure se la somma delle centinaja oltrepassasse 9, l'uno, o le più migliaja contenute nella sudetta somma si debbano serbare per la somma seguente delle migliaja, e nel luogo delle centinaja, si debbano solo notare le centinaja soverchiate, se pur ne sono soverchiate. E l'istessa avvertenza si userà nel sommar le migliaja, le diecine di migliaja, &c. Nel caso poi che non soverchiassero o unità, o diecine, o centinaja alcune, in tal caso si dovrà mettere ne' suddetti luoghi uno, che tanto vale, quanto nulla.

XXIV.

Applicando ora queste regole agli esempj già addotti troveremo, che la somma de'cinque numeri del primo esempio il quale fu questo, che siegue

283245

Del Sommare.

283245
278324
563248
632485
273254

2030556

sia 2030556, vale a dire *due milioni, trentamila cinquecento cinquantasei*: e che la somma de' cinque altri del secondo esempio, il quale fu quest'altro

48632
456
4832
48
5

53973

sia 53973; vale a dire *cinquantatre mila, novecento settantatre*: ed ecco come.

XXV.

Nel primo esempio tutte le unità, che sono 5. 4. 8. 5., e 4. accopiate insieme compongono la somma 26, nella quale ci sono due diecine, e sover-

Del Sommare. verchiano sei unità; sicchè mettendo*
* num. 23. le due diecine a parte, per doverle aggiugnere alla somma seguente delle diecine, si scriveranno * nel luogo delle
* num. 21. unità, vale a dire nel primo luogo, le 6 unità soverchiate. Nell' istesso primo esempio tutte le diecine, che sono 4. 2. 4. 8. e 5. insieme colle due già serbate, e ricavate dalla somma delle unità sono 25; dove oltre due centinaja soverchiano cinque diecine; sicchè mettendo le due centinaja a parte per doverle aggiungnere alla somma seguente delle centinaja, si scriveranno nel luogo delle diecine, vale a dire nel secondo luogo, le decine soverchiate, che sono 5. In oltre nell' istesso esempio tutte le centinaja, che sono 2. 3. 2. 4., e 2 insieme colle due messe a parte, e ricavate dalla somma delle diecine sono quindici, dove oltre un migliajo, soverchiano cinque centinaja; sicchè mettendo il migliajo da parte per doverlo aggiugnere alla somma seguente delle migliaja, la quale somma è 19, si scriveranno nel luogo delle centinaja le 5 centinaja soverchiate. E per-

perchè nel luogo seguente la somma delle migliaja insieme col migliajo messo a parte è 20, e per conseguente, oltre di due diecine di migliaja, non ci soverchiano alcune migliaja, si scriverà * o nel quarto luogo, e le due diecine di migliaja si serberanno per lo luogo seguente; e così procedendo innanzi in questo esempio, e poi facendo l'istesso nell'altro si troverà, che le somme de' numeri dell'uno, e dell' altro esempio siano quelle istesse, che da noi quì sopra sono state additate. *Del Santo mare.* * *num. ag.*

XXVI.

Se tra le figure, che costituiscono li numeri proposti a sommarsi, vi sono framischiati de' zeri, di essi non si terrà conto alcuno nell' istruire le somme particolari delle unità, diecine, centinaja, migliaja, &c. E la ragione è questa; che i zeri non hanno alcun valore nè *semplice*, nè *locale*, intendendo per valore semplice *quello che anno le figure da per loro medesime* * *senza badare all' accoppiamento di esse coll' altre*; e per valore locale *quello, che acquistano a riguardo del luogo,* * *num. 2.*

nel

Del Sommare. * num. 6. *nel quale * sono situate*. Così nell'esempio che siegue, dove fra le figure significanti vi sono tramischiati de' zeri

234030
486340
563280
403040
630450
2317140

la somma è 2317140, vale a dire *due milioni, trecento e diciassette mila, cento e quaranta*.

Esame dell' altro Caso XXVII.

* num. 22. NEll' *altro* caso, oltre delle tre * suddette regole, si vogliono ancora osservare le due seguenti. La prima è di *separare per via di punti li numeri, che sono d' una specie da quelli, che sono d' un' altra specie*; come per esempio, trattandosi di monete, i *ducati* da' *tarì*, e questi dalle *grana*; e, trattandosi di pesi, separare le *cantaja* dalle *rotola*, e queste dalle *libre*, e queste dalle *oncie*: così che si vede pra-

praticato ne' tre esempj che sieguono, il primo de' quali è di *ducati*, *tarì*, e *grana*; il secondo è di *ducati*, e *grana*; il terzo è di *cantaja*, *totola*, *libre*, ed *oncie*. Del Sommare.

32.	4.	19		156.	99		42.	99.	2.	11
48.	2.	12		364.	39		13.	44.	1.	10
56.	0.	8		483.	24		16.	23.	1.	8
24.	1.	16		784.	33		48.	2.	0.	0

ne' quali esempj non solamente veggonsi separati gli uni dagli altri i numeri, che esprimono specie diverse, ma eziandio quelli, che sono dell' istessa specie, sono posti l' uno sotto l' altro.

XXVIII.

L' altra regola è di *tenere sempre innanzi agli occhi il rapporto di ciascuna specie colla sua antecedente, per potere ben regolare ciò che si deve serbare per lo luogo della specie seguente, e ciò che si deve scrivere nel luogo della specie già sommata*: vale a dire, dovendosi sommar menete, come nel primo, e secondo esempio, fa duopo sempre ricordarsi che *venti grana* compongono un *tarì*, e che *cinque tarì* compon-

Del Sommare. pongono un *ducato*. Di più che *cento grana* compongono parimente un *ducato*. E dovendosi sommare pesi di varie specie, come nel terzo esempio, fa duopo avere a memoria, che *dodici oncie* compongono una *libra*; e *tre libre* compongono un *rotolo*; e che finalmente *cento rotola* compongono un *cantajo*.

XXIX.

Questa seconda regola ne comprende un'altra, la quale non tanto riguarda il sommare, quando lo scrivere bene i numeri di ciascuna specie; ed è che *nel luogo di ciascuna specie non si debba mai metter tanto, che possa formarsene una, o più cose della specie seguente*. Come nel primo esempio, nel luogo delle *grana* non si può scrivere più di 19; imperciocchè 20 *grana* già compongono un *tarì*, il quale si dovrebbe far passare nel luogo seguente de' *tarì*. E nel luogo de' *tarì* non si può scrivere più di 4: perchè 5 *tarì* già compongono un *ducato*, il quale si dovrebbe far passare nel luogo seguente de' *ducati*. E nel secondo esempio

sem-

ſempio nel luogo delle *grana* non può ſcrivere più di 99; perchè 100 *grana* già fanno un *ducato*, e per conſeguente egli appartiene alla ſpecie ſeguente de' ducati. E finalmente nel terzo eſempio nel luogo delle *oncie* non ſi può ſcrivere più di 11; perchè 12 *oncie* già fanno una *libra*, la quale appartiene alla ſpecie ſeguente. E nel luogo delle *libre* non ſi può ſcrivere più di 2; perchè tre *libre* già fanno un *rotolo*, il quale appartiene alla ſpecie ſeguente. E nel luogo delle *rotola* non ſi può ſcrivere più di 99; perchè 100 *rotola* già fanno un *cantajo*, che appartiene alla ſpecie ſeguente. *Del Sommare.*

XXX.

Chi dunque, trattandoſi di monete ſcriveſſe 13. 12. 23. vale a dire tredici *ducati*, dodici *tarì*, e ventitre *grana*, ſcriverebbe molto ſconciamente, e ſi dovrebbe emendar così 15. 3. 3: cioè quindici *ducati*, tre *tarì*, e tre *grana*. Similmente trattandoſi di peſi, chi ſcriveſſe 49. 312. 8. 13; vale a dire quarantanove *cantaja*, trecento e dodici *rotola*, otto *libbre*, e tredici

once,

Del Sommare. *once*, scriverebbe molto inettamente, e si dovrebbe emendare così 52. 15. 0. 1., cioè cinquantadue *cantaja*, quindici *rotola*, ed un'*oncia*; ciò che vale il medesimo.

XXXI.

Applicando ora ciò che si è detto agli esempj già addotti troveremo, che la somma de' quattro numeri del primo esempio, il quale fu questo, che siegue

32.	4.	19
48.	2.	12
56.	0.	8
24.	1.	16
161.	4.	15

sia 161. 4. 15, vale a dire cento sessantuno *ducati*, quattro *tarì*, e quindici *grana*: che la somma de' quattro altri del secondo esempio, il quale fu quest'altro

156.	99
364.	39
483.	24
784.	33
1788.	95

sia

sia 1788. 95, vale a dire mille settecento ottant' otto *ducati*, e novantacinque *grana*; E finalmente che la somma de' quattro numeri dell' ultimo esempio, il quale fu questo *Del Sommare.*

42.	99.	2.	11
13.	44.	1.	10
16.	23.	1.	8
48.	2.	0.	0
120.	70.	0.	5

sia 120. 70. 0. 5, vale a dire cento venti *cantaja*, settanta *rotola*, e cinque *once*; ed ecco come

XXXII.

Nel primo esempio le unità delle grana, che sono 9. 2. 8., e 6 accoppiate insieme compongono il numero 25, nel quale ci sono due diecine, vale a dire due *carlini*, e soverchiano * cinque unità, vale a dire cinque *grana*: sicchè mettendo i due *carlini* a parte per doverli aggiugnere alla somma seguente delle diecine, che disegnano *carlini*, si scriveranno nel luogo delle *grana*, vale a dire nel primo luogo, le cinque *grana* soverchiate. Nell' istesso

* *num.* 28.

Del Sommare. primo esempio i *carlini* sono 3 ,a' quali aggiugnendo i due messi in disparte, si fa la somma 5 ; nella quale oltre i due *tarì* soverchia un *carlino* sicchè mettendo i due *tarì* a parte per doverli aggiugnere alla somma seguente de' *tarì*, si scriverà nel luogo de' *carlini*, vale a dire nel secondo luogo delle *grana*, il *carlino* soverchiato. In oltre i *tarì*, che sono 4. 2. 0 ,ed 1, insieme co' due messi in disparte fanno la somma di nove *tarì*, nella quale, oltre un *ducato* compiuto , sovorchiano quattro *tarì* : sicchè mettendo il *ducato* compiuto in disparte , per doverlo aggiugnere alla somma seguente di venti *ducati*, si scriveranno nel luogo de' *tarì* i quattro *tarì* soverchiati : e dell'istesso tenore operando così in questo esempio , come negli altri due, si troverà che le somme de' numeri di tutti tre gli esempj siano quelle medesime , le quali sono state quì sopra da noi additate.

CA-

CAPO SECONDO.

Del Sottrarre.

Del Sottrarre

XXXIII.

SOttrarre non è altro, che *ritrovare la differenza di due numeri disuguali*: ovvero non è altro, che *da una somma maggiore toglierne un' altra minore*: come per esempio da 83 *zecchini* toglierne 41, per sapere che l'avanzo sia 42; e da 1023 toglierne 694, per sapere, che l'avanzo sia 329. In questa operazione ancora fa duopo distinguere due casi. Il *primo* caso è, quando li due numeri, de' quali si cerca sapere la differenza, sono entrambi di cose dell' istessa specie, per esempio tutti *zecchini*, o *giulj*, o *ducati*, o *grana*, &c. L' *altro* caso è, quando li numeri, de' quali si vuol sapere la differenza, non sono dell' istessa specie; ma contengono specie diverse, come *ducati*, *carlini*, e *grana*; o pure *cantaja*, *rotola*, *libbre*, ed *oncie*.

Del Sottrarre.

Esame del primo Caso.

XXXIV.

NEl primo caso fa duopo osservare le tre regole seguenti. La prima regola è *di scrivere l' un numero sotto l' altro, cioè il minore sotto il maggiore, con questa legge, che le unità dell' uno corrispondano alle unità dell' altro; le decine alle decine; le centinaja alle centinaja; le migliaja alle migliaja, &c.* come si vede praticato ne' due esempj, che sieguono:

865432	63254
784812	843

ne' quali le figure, che hanno il medesimo valore locale, son poste l' una sotto l' altra, e di più il numero minore è soscritto al maggiore. La seconda regola è di *sottrarre primieramente le unità del numero inferiore dalle unità del numero superiore; poi le diecine dalle diecine; indi le centinaja dalle centinaja; dopo le migliaja dalle migliaja &c.* Finalmente la terza regola è, di *scrivere sot-*

to

to le unità l'avanzo delle unità; sotto le diecine l'avanzo delle diecine; sotto le centinaja l'avanzo delle centinaja; sotto le migliaja l'avanzo delle migliaja, &c. Del Sottrarre.

XXXV.

Ma si vuole nella seconda delle tre regole ora addotte avere questa avvertenza, che se mai le unità del numero superiore fossero minori di numero dell'unità dell'inferiore, così che non potesse farsi la sottrazione, si abbia da prendere una diecina dal luogo seguente delle diecine, e risoluta in diece unità aggiungerla alle unità del numero superiore, dalle quali così accresciute se ne toglieranno poi le unità dell'inferiore. Ma bisogna in tal caso ricordarsi di minuire le diecine seguenti del numero superiore di 1, che si è dato alle unità dell'istesso numero, acciò potesse farsi la sottrazione. Similmente se le diecine del numero superiore fossero minori di numero delle diecine dell'inferiore, così che non potesse farsi la sottrazione, si dovrà prendere un centinajo dal luogo seguen-

Del Sot- trarre.

te delle centinaja, e rifoluto in diece diecine aggiungerlo alle diecine del numero fuperiore, dalle quali così accrefciute fe ne toglieranno poi le diecine dell'inferiore. E quì bifogna pur ricordarfi di minuire le centinaja feguenti di 1, che fi è dato alle diecine, acciò poteffe farfi la fottrazione. E così ancora fe le centinaja del numero fuperiore foffero minori di numero delle centinaja dell'inferiore, così che non poteffe farfi la fottrazione, in tal cafo fi dovrà prendere un migliajo dal luogo feguente delle migliaja, e rifoluto in diece centinaja fi dovrà aggiugnere alle centinaja del numero fuperiore, dalle quali così accrefciute fe ne toglieranno poi le centinaja dell'inferiore: Dove bifogna eziandio ricordarfi di minuire le migliaja del numero fuperiore di 1, che è ftato dato alle centinaja antecedenti, acciò poteffe farfi la fottrazione; qual metodo fi praticherà ancora negli altri luoghi, che difegnano diecine di migliaja, centinaja di migliaja, milioni, &c.

XXXVI.

XXXVI.

Applicando ora coteste regole agli esempj addotti di sopra, troveremo, che nel primo esempio, il quale fu questo *Del Sottrarre.*

865432
784812

80620

l'avanzo della sottrazione, ovvero la differenza de'due numeri 865432, e 784812 sia 80620, vale a dire *ottanta mila, seicento venti*: e nel secondo esempio, il quale fu quest'altro

63254
845

62409

l'avanzo della sottrazione, ovvero la differenza de'due numeri 63254, e 845 sia 62409, vale a dire *sessantadue mila, quattrocento e nove*. Ed ecco come

XXXVII.

Nel primo esempio da due unità togliendone due unità, avanza nulla; onde si deve scrivere * o nel luogo delle

* num. 34.

*Del Sottrarre. delle unità, cioè nel primo luogo. Nell'istesso esempio da tre diecine levandone una diecina sola avanzano due diecine; sicchè si deve scrivere 2 nel secondo luogo. Poi perchè da quattro centinaja non si possono sottrarre otto centinaja, fa duopo prendere * un migliajo dalle cinque migliaja seguenti, le quali per questo si ridurranno a quattro: e questo migliajo risoluto in diece centinaja bisogna aggiugnerlo alle suddette quattro centinaja, le quali diventeranno per tale accrescimento quattordici. Fatto ciò da quattordici centinaja si sottrarranno le suddette otto centinaja, e l'avanzo 6 si scriverà nel terzo luogo. Poi passando alle migliaja si metterà o nel luogo loro; perchè togliendo le quattro migliaja del numero inferiore dalle quattro del superiore, (che, come ora è stato detto, tante rimangono non avanza cosa alcuna. Ed operando dell'istesso tenore così nel rimanente di questo esempio, come nell'altro, si troverà che gli avanzi nell'uno esempio e nell'altro sono quegl'istessi, li quali sono stati da noi

* num. 35.

noi additati. In tanto, per compendio di questa operazione, si deve avere a memoria questo precetto, *che dovunque non si può fare la sottrazione* (per essere la figura superiore minore dell'inferiore) *debbasi la suddetta superiore accrescere di diece, e la seguente debba scemarsi di uno*; e la ragione si è, che ogni unità nel luogo suo disegna * diece volte più di quello, che ella disegnerebbe se fosse promossa nel luogo antecedente. Del Sottratre. * nu.6., e 7.

XXXVIII.

Ove fra le figure de'due numeri superiore, ed inferiore s'incontrino uno, o più zeri, nel far la sottrazione, fa duopo ricordarsi de'tre precetti seguenti. I. *Ne' luoghi corrispondenti a quelli, dove ci è zero nel numero inferiore, fa d'uopo scrivere le figure istesse del numero superiore corrispondenti a'detti zeri*; come quelle che non patiscono per la sottrazione di zero diminuzione alcuna. Imperciocchè da un numero di unità, o diecine, o centinaja, o migliaja, &c. sottraendone il zero, vale a dire nessuna unità, o die-

Del Sottrarre.

diecina, o centinaja, o migliajo, l'avanzo sarà l'istesso numero in questione; come si vede in questo esempio:

804563
402080

402483

dove dal numero 804563 sottraendone il numero 402080, l'avanzo è 402483. II. *In qualunque luogo del numero superiore, che vi sia zero, quando nel luogo antecedente può farsi la sottrazione senza che sia necessario prendere una unità dal suddetto luogo seguente, allora il zero si conterà per una diecina, e la figura seguente si scemerà di una unità; ma se nel luogo antecedente non può farsi la sottrazione, per essere la cifra superiore minore dell'inferiore; in tal caso il zero si conterà per 9, e la figura seguente si scemerà pure di una unità,* come si vede in questo esempio.

E III.

Del Sottrarre.

7830403040
6438201683

1392201357

E III. finalmente, *se nel numero superiore s' incontrano l' un dopo l' altro più zeri, tutti quelli, che sono dopo il primo a man destra si conteranno per 9, e la figura seguente si scemerà di una unità; ma il primo zero alcune volte si conterà per diece, altre volte per 9; cioè si conterà per diece, quando nel luogo antecedente si è fatta la sottrazione senza la necessità di pigliare una unità dal luogo seguente; ma si conterà per 9, quando non si è potuta fare la sottrazione, per essere stata la cifra superiore minore dell' inferiore;* ciocchè si vede praticato nell' esempio seguente,

8000045000320004
2530436458143845

5469608542176159

Esa-

Del Sottrarre.

Esame dell' altro caso.

XXXIX.

NEll' altro caso, oltre delle tre suddette regole, si vogliono ancora osservare le due seguenti. La prima è di *separare per via di punti li numeri, che sono di una spec e da quelli, che sono di un' altra specie*; come per esempio, trattandosi di monete, separare i *ducati* da' *tarì*, e questi dalle *grana*. E trattandosi di pesi, separare le *cantaja* dalle *rotola*, e queste dalle *libre*, e queste dall' *oncie*; così che vedesi praticato ne' tre esempj, che sieguono, il primo de' quali è di *ducati, tarì* e *grana*; il secondo è di *ducati*, e *grana*; il terzo è di *cantaja, rotola, libre*, ed *oncie*.

93. 2. 12	183. 36	62. 44. 2. 8
42. 3. 19	48. 54	13. 18. 2. 10

ne' quali esempj non solamente veggonsi separati gli uni dagli altri i numeri, che esprimono specie diverse, ma eziandio quelli, che sono dall' istessa specie, so-

fono fcritti l'uno fotto l'altro. L'altra regola è di *tenere fempre innanzi agli occhi il rapporto di ciafcuna fpecie colla fua antecedente, per potere ben regolare la rifoluzione dell'unità pigliata dal luogo antecedente, quando il bifogno il richiede*: vale a dire, dovendofi fottrarre monete di varie fpecie da monete, eziandio di varie fpecie, come accade nel primo, e nel fecondo efempio, fa duopo fempre ricordarfi, che *venti grana* compongono un *tarì*; e che *cinque tarì* compongono un *ducato*; di più che *cento grana* compongono parimente un *ducato*. E dovendofi fottrarre pefi di varie fpecie da pefi eziandio di varie fpecie, come accade nel terzo efempio, fa duopo avere a memoria, che *dodici oncie* compongono una *libra*; e che *tre libre* compongono un *rotolo*; e che finalmente *cento rotola* compongono un *centinajo*. *Del Sottrarre.*

XL.

Quefta feconda regola ne comprende un'altra, la quale non tanto riguarda il fottrarre, quanto lo fcriver bene i nu-

Del Sorrente. numeri di ciascuna specie; ed è che *nel luogo di ciascuna specie non si debba mai metter tanto, che possa formarsene una, o più cose della specie seguente*. Come per esempio trattandosi di *ducati*, *tarì*, *e grana*, come nel primo esempio, nel luogo delle grana non si può scrivere più di 19; imperciocchè 20 *grana* già compongono un *tarì*, il quale si dovrebbe far passare nel luogo della specie seguente, dove sono notati i *tarì*; nel luogo de' *tarì* non si può scrivere più di 4; perchè 5 *tarì* compongono un *ducato*, il quale si dovrebbe far passare nel luogo seguente de' *ducati*. E trattandosi di *ducati*, e di *grana*, come nel secondo esempio, nel luogo delle *grana* non si può scrivere più di 99; perchè 100 *grana* già fanno un *ducato*, e per conseguente egli appartiene alla specie seguente de' *ducati*. E finalmente trattandosi di pesi di varie sorti, come nel terzo esempio, nel luogo delle *oncie* non si può scrivere più di 11; perchè 12 *oncie* già fanno una *libra*, la quale appartiene alla specie seguente;

te; e nel luogo delle *libre* non si può scrivere più di 2; perchè tre *libre* già fanno un *rotolo*, il quale appartiene alla specie seguente; e nel luogo delle *rotola* non si può scrivere più di 99; perchè 100 *rotola* già fanno un *cantajo*, che appartiene alla specie seguente. *Del Sottrarre.*

XLI.

Applicando ora ciocchè si è detto agli esempj già addotti troveremo, che l'avanzo della sottrazione nel primo esempio, il quale fu questo, che siegue

93. 2. 12
42. 3. 19
―――――
50. 3. 13

sia 50. 3. 13, vale a dire cinquanta *ducati*, tre *tarì*, e tredici *grana*. Che l'avanzo della sottrazione nel secondo esempio, il quale fu quest'altro

183. 36
48. 54
―――――
134. 82

sia 134. 82, vale a dire cento trentaquattro *ducati*, ed ottantadue *grana*.

Del Sottrare. *na*. E finalmente che l'avanzo della sottrazione nell' ultimo esempio, che fu questo

62. 44. 2. 8.
13. 18. 2. 10

49. 25. 2. 10.

sia 49. 25. 2. 10, vale a dire quarantanove *cantaja*, venticinque *rotola*, due *libre*, e diece *oncie*; ed ecco come

XLII.

Nel primo esempio non potendosi sottrarre 19 *grana* da 12 *grana*, si deve far ricorso * al luogo seguente de' *tarì*, dal qual luogo preso un *tarì*, e risolutolo in 20 *grana*, fa duopo aggiungnerlo alle 12 *grana* antecedenti. Ciò fatto dalla somma 32 si sottrarranno le suddette 19 *grana*, e l'avanzo 13 si scriverà * nel luogo delle *grana*. Nell' istesso primo esempio non potendosi sottrarre 3 *tarì* da 1 *tarì* (che l'altro *tarì* fu adoperato nella sottrazione delle grana) si deve far ricorso al luogo seguente de' *ducati*, dal qual luogo preso un *ducato*, e riso-

* nu. 35. 40

* num. 34.

ſoluto in 5 *tarì*, fa duopo aggiugnerlo all'1 tarì, che ſiegue. Ciò fatto dalla ſomma 6 ſi ſottrarranno li ſuddetti 3 *tarì*; e l'avanzo 3 ſi ſcriverà nel luogo de' *tarì*; e dell'iſteſſo tenore operando così in queſto eſempio, come negli altri due, ſi troverà che gli avanzi della ſottrazione in tutti tre gli eſempj ſiano quelli medeſimi, che ſono ſtati da noi quì ſopra additati. *Del Sommare.*

CAPO TERZO.

Eſame del Sommare, e Sottrarre.

XLIII.

DImoſtrate le regole, che ſi debbono oſſervare nel *ſommare*, e nel *ſottrarre* i numeri intieri, è neceſſario ora dimoſtrare, come queſte due operazioni ſi poſſono eſaminare; ciocchè ſi dice volgarmente *far la pruova*. *Eſaminare* un'operazione aritmetica non è altro, *che vedere ſe per avventura in quella operazione vi ſiano incorſi errori alcuni*; imperciocchè neſſuna coſa è tanto facile, quanto l'errare ne' con-

Esame del Sommare, e Sottrarre.

ti: ciocchè essendo ben noto per ispe-rienza agli *Aritmetici*, hanno essi inventate le *prove*, o siano gli *esami*, co' quali ciascuno possa accorgersi, se egli ha bene, o male operato.

XLIV.

Conviene dunque sapere, che il *sommare*, ed il *sottrarre* sono due operazioni, le quali si esaminano vicendevolmente; ciòè l'una per mezzo dell' altra, vale a dire il *sommare*, per lo *sottrarre*; e vice versa il *sottrarre* per lo *sommare*. Questa fu la cagione, perchè nel *Capo primo*, dove si parlò del *sommare*, io non feci motto alcuno del suo esame: come quello che dipendeva dal *sottrarre*, la quale operazione non era stata ancora spiegata: onde mi riserbai di parlare in un *Capo* a parte, che è questo *terzo*, dell' esame dell' una, e dell' altra operazione.

XLV.

Il *sommare* si esamina per mezzo del *sottrarre* in tal modo. *Dopo che tutti i numeri proposti ad essere sommati sono stati uniti in un solo, fa duopo tirare una linea diritta fra il primo,*

ed

ed il secondo de' suddetti numeri, acciocchè l'istesso primo resti diviso da tutti gli altri. Poi bisogna tornare a sommare questi numeri così separati dal primo, e scrivere la loro somma sotto la somma di tutti, cioè sotto quella somma, la quale si vuol esaminare se sia giusta o nò. Finalmente da questa somma si sottrarrà l'altra somma, vale a dire dalla somma di tutti i numeri proposti a sommarsi, si sottrarrà la somma degl'istessi, detrattone il primo; e se l'avanzo è giustamente il numero separato, non si sarà errato nel sommare; se ci si trova qualche divario, si sarà commesso qualche errore, e bisognerà rifare l'operazione da capo. Esame del Sommare, e Sottrarre.

XLVI.

Come per esempio dovendosi esaminare se il numero 255138 sia la vera somma de'numeri 86403, 54380, 46035, e 68320, si farà così, si tirerà primieramente una linea dritta fra il primo numero 86403, ed il secondo 54380, siccome si vede quì sotto.

 86403

Esame del Sommare, e Sottrarre.

86403

54380
46035
68320

255138
168735

.86403

Separato in tal modo il primo numero dagli altri tre, si uniranno questi tre in una somma 168735, la quale si scriverà sotto la somma 255138 di tutti quattro i numeri, la qual somma si vuol esaminare se sia giusta, o nò. Finalmente dalla somma di tutti quattro i numeri si sottrarrà la somma de' tre; vale a dire dal numero 255138 si sottrarrà il numero 168735, a vedere se l'avanzo sia giustamente il numero 86403 messo in disparte, e perchè tanto appunto si trova essere l'avanzo nel proposto esempio, si conchiuderà, che il numero 255138 sia la vera somma de' quattro proposti numeri 86403, 54380, 46035, e 68320; e che

e che per conseguente non si sia errato nel sommare. *Esame del Sommare, e Sottrarre.*

XLVII.

Similmente dovendosi esaminare, se 591 *cantaja*, 23 *rotola*, 1 *libra*, e 10 *once* sia la vera somma de' tre numeri quì soscritti, che esprimono parimente *cantaja*, *rotola*, *libre*, ed *oncie*,

143.	22,	2.	8
284.	88.	1.	4
163.	12.	0.	10
591.	23.	1.	10
448.	00.	2.	2
143.	22.	2.	8

si tirerà una linea dritta fra il primo numero, ed il secondo per separarlo dagli altri due. Dopo, questi due altri si sommeranno insieme, e la loro somma 448. 00. 2. 2 si scriverà sotto la somma di tutti tre, la qual somma si vuole esaminare se sia giusta, o nò. Finalmente dalla somma di tutti tre i numeri si sottrarrà la somma de' due, vale a dire da 591. 23, 1. 10, si sot-

Esame del Sommare, e Sottrarre.

trarrà 448. 00. 2. 2, a vedere se l'avanzo sia il numero 143. 22. 2. 8 messo in disparte dagli altri; e perchè tanto appunto si trova che sia, ne siegue, che il numero 591. 23. 1. 10 sia la vera somma de' tre proposti in questo secondo esempio; e che per conseguente non si sia errato nel sommare.

XLVIII.

Siccome il *sommare* si esamina per mezzo del sottrarre: così viceversa il *sottrarre* si esamina per mezzo del *sommare*: ciocchè si fà in tal modo. *Dopo che la sottrazione è compita, e si è ritrovata la differenza de' due numeri diseguali, fa duopo aggiugnere cotesta differenza al minore di essi, vale a dire al numero inferiore, a vedere se la somma riesca eguale al maggiore de' due suddetti numeri; vale a dire al numero superiore; imperciocchè nel caso che riuscisse eguale, non si sarà errato nella sottrazione; ma se ci si ritrova qualche divario, si sarà commesso qualche errore, e per conseguente bisognerà rifare da capo tutta l'operazione.*

XLIX.

Come dovendosi esaminare se nell'esempio seguente il numero 57618899 sia il vero avanzo della sottrazione, che ivi vien proposta a farsi — *Esame del Sommare, e Sottrarre.*

84003045
26384236

57618809

84003045

si aggiugneranno insieme il detto avanzo, ed il numero inferiore 26384236, a vedere se la somma riesca eguale al numero superiore 84003045: e perchè così si trova che sia, ne siegue che non si sia commesso alcuno errore nella sottrazione. Similmente dovendosi esaminare se in quest'altro esempio.

88. 25
36. 48

---

51. 77

---

88. 25

51 *ducati*, e 77 *grana* sia il vero avanzo della sottrazion di 36 *ducati*,

 e 48

Del Moltiplicare. e 48 *grana* da 88 *ducati*, e 25 *grana*, si aggiugneranno insieme il detto avanzo, ed il numero inferiore 36. 48, a vedere se la somma riesca eguale al numero superiore 88. 25. E perchè così si trova che sia, ne siegue, che non si sia commesso alcuno errore nella sottrazione.

CAPO QUARTO.

Del Moltiplicare.

L.

MOltiplicare non è altro, che *prendere un numero dato più volte* ovvero non è altro, che *replicare più volte un numero qualsivoglia*; come per esempio il numero 8 prenderlo sei volte, e dire che il *prodotto* sia 48; ovvero il numero 256 prenderlo venticinque volte, e dire che il *prodotto sia* 6400. Dacchè siegue che il *moltiplicare* sia l'istesso che un *sommare reiterato*; intendendo per *sommare reiterato* l'aggiungere un numero una, o più volte a se medesimo. Così l'istesso

so è moltiplicare 8 per 7, che aggiugnere il numero 8 sei volte a se stesso. E similmente tanto è moltiplicare 256 per 25, quanto il numero 256 aggiungnerlo venticinque volte a se stesso: dove è da notarsi, che ciò che si chiamò *somma* nel *Capo secondo*, quì si dice *prodotto*. *Del Moltiplicare.*

LI.

In questa operazione fa duopo distinguere tre casi. Il *primo* caso è, quando vien proposto a moltiplicare un numero *semplice* per un'altro numero *semplice*: come 6 per 4; ovvero 9 per 7; intendendo per numero semplice quel numero, che è spiegato con un solo carattere. Il *secondo* caso è, quando si propone a moltiplicare un numero *composto* per un *semplice*: come 238 per 6; ovvero 384035 per 4: intendendo per numero composto quello, che è spiegato con più caratteri. Finalmente il *terzo* caso è quando si propone a moltiplicare un numero *composto* per un'altro numero *composto*; come 356 per 24; ovvero 23845 per 304.

Fa-

Del Moltiplicare.

Esame del primo Caso.

LII.

PEr cominciare dal primo caso, che è il fondamento degli altri due, io dico che le moltiplicazioni de' numeri semplici per altri numeri semplici si possono fare in due maniere. La prima maniera è di avvalersi delle dita di entrambe le mani in questo modo. Dovendosi per cagione di esempio moltiplicare 8 per 6, si prendano le differenze d'entrambi i due numeri proposti 8, e 6 dall'istesso numero 10, le quali differenze sono respettivamente 2, e 4, ed una di queste differenze si noti colle dita di una mano, e l'altra colle dita dell'altra mano; vale a dire in una mano si alzino due dita, nell' altra mano si alzino quattro dita, come si può vedere notato quì sotto.

	10		10	
	8		6	
dita alzate	2	48	4	dita alzate
dita chiuse	3		1	dita chiuse

Fat-

Fatto ciò, si multiplicheranno le dita alzate per le dita alzate, vale a dire 2 per 4, e si terrà conto del prodotto 8; poi si uniranno insieme le tre dita chiuse della prima mano coll'uno chiuso dell'altra mano, ed il 4, che è la somma di esse, s'interpreterà per quattro diecine, ovvero per 40; il qual numero accoppiato all'altro numero 8, di cui si è detto doversi tener conto, fa 48 quanto appunto è il prodotto de' numeri semplici 8, e 6; imperciocchè il numero 8 moltiplicato per 6, ovvero il numero 8 replicato sei volte fa 48. Del Moltiplicare.

LIII.

Sia in oltre proposto a moltiplicare il numero 7 per l'istesso numero 7. Si prendano qui ancora, come nell'esempio passato le differenze di entrambi i numeri 7, e 7 dall'istesso numero 10, e si notino queste differenze, che sono 3, e 3, colle dita delle mani; vale a dire in una mano si alzino tre dita, e nell' altra si alzino ancora tre dita; come si può vedere qui sotto.

Del Moltiplicare.

	10		10	
	7		7	
dita alzate	3	49	3	dita alzate
dita chiuse	2		2	dita chiuse

Fatto ciò si moltiplicheranno le dita alzate per le dita alzate, vale a dire 3 per 3, ed al prodotto 9 si aggiugneranno tante diecine, quante sono le dita chiuse, le quali sono quattro e la somma 49 sarà il prodotto de' numeri semplici 7, e 7.

LIV.

L'altra maniera è di avvalersi di una certa Tavola, chiamata comunemente *Pittagorica*, perciocchè si crede che *Pittagora* ne fosse stato l'inventore. Questa tavola consiste nel quadrato ABCD compartito in ottant'una casette eguali per mezzo di otto linee verticali, ed altrettante orizontali, ciascuna delle quali casette tiene scritto dentro di se un numero. Li numeri notati nelle casette vanno con questa legge. Nella prima casetta ci è notato 1, e nelle otto altre sottoposte ad es-

essa ci sono notati i numeri 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. ciascuno de' quali è minore del seguente di 1. Nella seconda casetta ci è notato 2; e nelle otto altre sottoposte ad essa ci sono notati i numeri 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. ciascuno de' quali differisce dal seguente di 2. Nella terza casetta ci è notato 3; e nelle otto altre sottoposte ad esse ci sono notati i numeri 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27, ciascuno de'quali differisce dal seguente di 3. Nella quarta casetta ci è notato 4; e nelle otto altre sottoposte ad essa sono notati i numeri 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36, ciascuno de'quali differisce dal suo seguente di 4; e con legge consimile sono notati gli altri numeri, come ognuno può da se ravvisare, sol che dia una semplice occhiata alla Tavola quì annessa. *Del Moltiplicare.*

LV.

Formata in tal modo la tavola, l'uso di essa è maraviglioso nelle moltiplicazioni de' numeri semplici per altri numeri semplici, il quale uso, e questo. Dovendosi moltiplicare per esempio

Del Moltiplicare. piò il numero 8 per il numero 6, si dovrà primieramente ritrovare il numero 8 nel lato orizontale AB della Tavola, ed il numero 6 nel lato verticale AC dell' istessa Tavola. Poi si dovrà trovare la casetta comune alle due colonne l'una verticale l'altra orizontale, la prima delle quali tiene nel suo principio il numero 8, e l'altra tiene il numero 6. Trovata, che sia questa casetta, il numero notato in essa, il quale quì è 48, sarà il prodotto de' due numeri proposti a moltiplicare, li quali sono 8, e 6.

LVI.

Similmente dovendosi moltiplicare il numero 7 per l'istesso numero 7, bisognerà in primo luogo trovare nel lato orizontale AB della Tavola il numero 7, e nel lato verticale AC dell' istessa Tavola l'altro numero 7. Poi sarà necessario determinare la casetta comune alle due colonne l'una verticale, e l'altra orizontale, l'una, e l'altra delle quali tiene 7 nel suo principio. Trovata che sia questa casetta, il numero che in esa è notato, il quale

le qui è 48, farà il prodotto de'due numeri 7, e 7 proposti a moltiplicare. Del Moltiplicare.

LVII.

Queste sono le due maniere, che sogliono ordinariamente praticarsi nelle moltiplicazioni de'numeri semplici per altri numeri semplici. Tutta via è necessario, che gli studiosi di questa scienza procurino mandarsi a memoria tutte le possibili moltiplicazioni di numeri semplici per altri numeri semplici acciocchè sappiano subito rispondere che 6 per 7 fa 42, e che 8, per 9 fa 72, e che 9 per 9 fa 81, &c. senza far ricorso nè alle dita, nè alla Tavola, come ora si è spiegato.

Esame del secondo Caso.

LVIII.

QUesto secondo caso appartiene alle moltiplicazioni de'numeri composti per numeri semplici, e dipende, come già è stato accennato, dal primo caso; vale a dire dalla moltiplicazione de'numeri semplici per altri numeri semplici. Quando occorrono tali moltiplicazioni, si dovranno usare le tre

Del Moltiplicare. tre regole seguenti. La prima regola è di *scrivere il numero semplice sotto la prima figura a man destra del numero composto*; come si vede praticato ne' due esempj, che sieguono.

861693	78853
6	9

ne' quali il numero semplice e posto sotto la prima figura del composto. La seconda è *di moltiplicare per lo numero semplice tutte ad una ad una le figure del numero composto con quell'ordine istesso, col quale sono notate, vale a dire moltiplicare in primo luogo le unità, poi le diecine, indi le centinaja, in appresso le migliaja, &c. per lo numero semplice*. La terza regola è *di scrivere nel primo luogo, vale a dire nel luogo delle unità il prodotto delle unità; di scrivere nel secondo luogo, vale a dire nel luogo delle diecine il prodotto delle diecine; nel terzo luogo il prodotto delle centinaja; nel quarto luogo il prodotto delle migliaja, &c.*

LIX.

LIX.

Del Moltiplicare.

Ma si vuol avere questa avvertenza, che se il prodotto dalle unità fosse per avventura maggiore di 9, l'una, o le più diecine, che in esso si contengono, si debbano serbare per lo luogo seguente delle diecine, e nel luogo delle unità si debbano solamente notare le unità, che soverchiano, se pur ne soverchiano, nell'istessa maniera, che si praticò * nel *sommare*. Similmente se il prodotto delle diecine oltrepassasse 9, l'uno, o le più centinaja in esso contenute si debbano serbare per lo luogo seguente delle centinaja, e nel luogo delle diecine si debbano solamente notare le diecine che soverchiano; se pur ne soverchiano: ciocchè si praticherà ancora ne' prodotti seguenti delle centinaja, migliaja, &c. E nel caso che non soverchiassero unità, ovvero diecine, ovvero centinaja alcune, allora si metterà rispettivamente ne' luoghi loro, o, che tanto vale quanto nulla; siccome si praticò * ancora nel *sommare*.

* num. 35.

* num. 35.

Del Moltiplicare.

LX.

Applicando ora queste regole agli esempj addotti di sopra troveremo, che il prodotto nel primo esempio, il quale fu questo, che è notato quì sotto.

861693
6
—
5170158

sia 5170158, vale a dire *cinque milioni, cento settanta mila, cento cinquant'otto*: e che il prodotto nell'altro esempio, il quale fu quest'altro.

78853
9
———
709677

sia 709677, vale a dire *settecento e nove mila, seicento settantasette*; ed ecco come;

LXI.

Nel primo esempio il prodotto delle unità, che sono 3, per lo numero semplice 6 è 18: nel quale, oltre una diecina, soverchiano 8 unità; sicchè mettendo in disparte la diecina, per doverla * aggiugnere al luogo seguen-

* num. 59.

I te

ſe delle diecine, ſi noteranno nel luogo delle unità le 8 unità, che ſoverchiano. Nello ſteſſo primo eſempio il prodotto delle diecine, che ſono 9, per l'iſteſſo numero ſemplice 6 è 54, a cui aggiunta la diecina ſerbata dal luogo antecedente delle unità, ſi ottiene 55. dove altre cinque centinaja, ſoverchiano 5: diecine; ſicchè mettendo le cinque centinaja a parte, per doverle aggiugnere al luogo ſeguente delle centinaja, ſi ſcriveranno nel ſecondo luogo le 5 diecine, che ſoverchiano. Parimente il prodotto delle centinaja, che ſono 6, per l'iſteſſo numero ſemplice 6, e 36. al quale aggiugnendo le cinque centinaja ſerbate dal luogo antecedente delle diecine, ſi ha il numero 41, dove oltre quattro migliaja, avanza 1 centinajo; ſicchè ſerbando le quattro migliaje per lo luogo ſeguente, ſi noterà 1, nel terzo luogo. Inoltre il prodotto delle migliaja, che è 1, per lo numero ſemplice 6, e 6, a cui aggiugnendo le quattro migliaja, ſerbate dal luogo antecedente delle centinaja, ſi ottiene il numero 10, dove

Del Moltiplicare.

Del Moltiplicare. oltre una sola diecina di migliaja da serbarsi per lo luogo seguente, non avanza cosa alcuna; sicchè si metterà o * nel quarto luogo. E dell'istesso tenore operando così nel rimanente di questo esempio, come nell'altro, si troverà che li prodotti siano quelli stessi, li quali sono stati da noi quì sopra additati.

* num. 50.

LXII.

Se tra le figure, che costituiscono il numero composto, il quale si deve moltiplicare per lo semplice, vi sono tramischiati de' zeri, di essi non si terrà conto alcuno nell'istituire le moltiplicazioni particolari delle unità, diecine, centinaja, migliaja &c. per lo numero semplice, e nel luogo loro non si metterà altro, che un o, o al più ciocchè si è serbato dal luogo antecedente. E la ragione è questa, che i zeri non hanno alcun valore * nè semplice, nè locale; e per conseguente un zero sempre rimarrà zero ancorchè si replichi più volte. Così nell'esempio che siegue, dove tra le figure significanti vi sono tramischiati de' zeri.

* num. 2.

Del Moltiplicare.

806400502
5

4032002510

il prodotto è 4032002510, vale a dire *quattromila, e trentadue milioni, due mila cinquecento e diece.*

Esame del terzo caso.

LXIII.

NEl terzo caso che comprende le moltiplicazioni de'numeri composti per altri numeri composti, oltre * delle tre suddette regole, si vogliono ancora osservare le tre altre seguenti. La prima è di *moltiplicare tutto il numero composto superiore per ciascuna figura del numero composto inferiore, e per conseguente risolvere la moltiplicazione del numero composto superiore per l'inferiore eziandio composto in tante moltiplicazioni di composto per semplice, quante sono le figure dell'istesso numero inferiore.* Come per esempio dovendosi moltiplicare il numero composto 48352 per lo numero 386 ancora composto; dopo aver soscritto il mino-

* num. 58.

Del Moltiplicare.

&c. siccome si è praticato nel sommare, *e nel sottrarre, ma piuttosto in modo, che le unità del secondo prodotto corrispondono alle diecine del primo, e per conseguente le diecine del secondo alle unità del primo; e che le unità del terzo prodotto corrispondano alle centinaja del primo; e le unità del quarto alle migliaja del primo &c.* e la ragione si è, perchè nel secondo prodotto tutte le figure hanno acquistato un grado * di più di valore locale; e nel terzo prodotto tutte le figure hanno acquistato due gradi di più di valore locale &c. Ciò che può vedersi osservato quì sotto.

* num. 64.

```
  48352
    386
 ------
 290112
386816
145056
 ------
```

nel quale esempio li tre prodotti 290112, 386816, e 145056, che nascono dal moltiplicare il medesimo numero superiore 48352 per le figure 6, 8, e 3 dell'

dell' altro inferiore sono notati in maniera uno sotto l' altro, che le unità del secondo corrispondano alle diecine del primo, e le unità del terzo corrispondano alle centinaja dell'istesso primo. Del Moltiplicare.

LXVI.

La terza regola è *di unire insieme tutti li suddetti prodotti scritti, nella maniera accennata, l'uno sotto l'altro*; imperciocchè la somma che quindi risulta sarà il prodotto della moltiplicazione de' due numeri composti in questione. Come dovendosi moltiplicare il numero 23486 per in numero 2457, adoperate siccome si vede quì sotto.

```
   23486
    2457
  ------
  164402
 117430
 93944
46972
--------
57705102
```

le tre suddette regole; si troverà, che il prodotto sia 57705102, vale a dire *cinquantasette milioni, settecento*

Del Moltiplicare.

e cinquemila cento, e due.

LXVII.

Se tra le figure, che compongono il numero composto inferiore, per lo quale si deve moltiplicare il numero composto superiore vi sono tramischiati de' zeri, di essi non si terrà conto alcuno * nell' istituire le moltiplicazioni particolari di tutto il numero superiore per ciascuna figura dell'inferiore; o per dir meglio i prodotti del numero superiore per cotesti zeri saranno tante file di zeri; siccome può vedersi nell' esempio seguente, dove vien proposto a moltiplicare il numero 48056 per lo numero 3050.

* num. 62.

```
   48056
    3050
 -------
   00000
  240280
  00000
 144168
---------
146570800
```

il prodoto della quale moltiplicazione è 146570800; vale a dire *cento quaran-*

tanta sei milioni, cinquecento settantamila, e ottocento. Del Moltiplicare.

CAPO QUINTO.

Del Partire.

LXVIII.

PArtire non è altro, che *dividere un numero dato in più parti eguali*; ovvero non è altro, *che prendere una parte assegnata di un numero qualsivoglia*; come per esempio il numero 84 dividerlo in quattro parti eguali, dire, che una delle quattro parti, la quale dicesi *quoziente*, sia 21; ovvero il numero 275 dividerlo in venticinque parti eguali, e dire che una delle suddette vent' une parti, che è il *quoziente*, sia 11: Dacchè siegue il *partire* sia l'istesso che un *sottrarre reiterato*; intendendo per *sottrarre reiterato* il sottrarre un istesso numero una, o più volte da un altro numero. Così l' istesso è dividere 84 in quattro parti eguali, che vedere quante volte il 4 si può sottrarre dal nume-

Del Partire. mero 84; perchè nell'uno, e nell'altro modo si ottiene l'istesso *quoziente* 21. E similmente tanto è partire il numero 375 in venticinque parti eguali, quanto il vedere quante volte il 25 si può sottrarre dal numero 275; perchè nell'uno, e nell'altro modo si ottiene il *quoziente* 11; dove è da notarsi, che il numero 275 proposto a dividere in molte parti eguali si chiama *dividendo*; che il numero delle parti eguali, il quale è 25, si chiama *divisore*; e che ciascuna delle suddette parti; la quale è 11, si chiama *quoziente*. E se mai, fatta la divisione, soverchiasse qualche cosa, si dirà questo *avanzo*, o *residuo*. Come per esempio, se si propone a dividere il numero 247 in quattro parti eguali ciascuna parte sarà 61, e rimane 3: e perciò il numero 247 sarà il *dividendo*; il numero 4 sarà il *quoziente*; e finalmente il 3 sarà l'*avanzo*.

LXIX.

In questa operazione fa duopo distinguere due casi. Il *primo* caso è, quando vien proposto a dividere un nume-

ro *composto* per un numero semplice; Del Partire.
come 842 per 6; ovvero 635 per 8. Il *secondo* caso è, quando si propone a dividere un numero *composto* per un' altro *composto*, come 8364 per 25; ovvero 25486 per 341; intendendo quì ancora per numero semplice * quel numero che è spiegato con un solo carattere; e per numero composto quel numero, che è spiegato con più caratteri.

* num. 51

Esame del primo Caso.

LXX.

Questo primo caso, nel quale si propone a dividere un numero *composto* per un *semplice*, abbraccia sotto di se due altri casi. Il *primo*, è quando il numero composto è minore di 100; vale a dire è spiegato con due soli caratteri; *L'altro* caso è quando il numero composto è maggiore di 99; vale a dire è spiegato con più di due caratteri. Nel primo caso si farà la divisione col soccorso dell' istessa Tavola *Pittagorica*, di cui si parlò nel *Capo* antecedente, nella maniera, che siegue.

Del Partire. gue. Dovendosi dividere il numero 48 per 6, si dovrà primieramente ritrovare il divisore 6 nel lato orizontale AB della tavola, ed il dividendo 48 nella colonna verticale sottoposta al suddetto divisore 6. Poi si noterà la colonna orizontale, che passa per la casetta, la quale tiene dentro di se il dividendo 48. Notata che sia questa colonna, il numero che sta nel principio di essa, il quale qui è 8, sarà il quoziente della divisione di 48 per 6.

LXXI.

Ma perchè può accadere, che il dividendo non si trovi nella Tavola, come quella, che non comprende tutti i numeri, che sono fra 10, e 100, in tal caso si noterà nella colonna verticale quel numero, che è immediatamente minore del dividendo dato, ed allora nella divisione rimarrà qualche avanzo. Come per esempio se si propone a dividere il numero 53 per 9, si troverà similmente il divisore 9, nel lato orizontale AB della tavola, ed il dividendo 53 nella colonna verticale sottoposta al suddetto 9; il quale di-

videndo non ritrovandosi in quella colonna, si prenderà il numero 45 immediatamente minore, per lo quale passa quella colonna orizontale, che incomincia da 5; laonde dividendo 53 per 9 il quoziente è 5, e l'avanzo è 8. E similmente dividendo 87 per 9 il quoziente è 9, e l'avanzo è 6. Del Partire.

LXXII.

Nelle divisioni però più composte giova moltissimo, che li studiosi di questa scienza sappiamo a memoria tutte le divisioni possibili di tutt'i composti, che non contengono più di due figure, per qualsivoglia numero semplice, acciocchè subito, e senza stentare sappiano dire, che dividendo 35 per 8 il quoziente sia 4, e l'avanzo sia 3; e che dividendo 68 per 9 il quoziente sia 7, e l'avanzo sia 5; e che dividendo 74 per 9 il quoziente sia 8, e l'avanzo sia 2, &c. senza far ricorso alla Tavola *Pittagorica*.

LXXIII.

Nell'altro caso, nel quale il numero composto è spiegato con più di due caratteri, fa duopo *dividere tutta la di-*

Del Partire.

divisione del composto per lo semplice in più divisioni eziandio di composti per semplici, ma che non tengono più di due caratteri; ciocchè si farà così. Sia proposto a dividere il numero 1940305 per 6. Mettasi, siccome si vede quì sotto,

```
    6      1940305
  ———————— . 14
  323384 . 20
           . 23
           . 50
           . 25
           . 1
```

il divisore 5 a man sinistra del dividendo, ma un poco lontano da lui, e si dividano le due figure 19 del suddetto dividendo per lo divisore 6, notando il quoziente 3 sotto il divisore 6, l'avanzo 1 sotto la seconda figura 9: al quale s'aggiugnerà la terza figura 4 del dividendo, ed il numero 14, che quindi risulta, si dividerà ancora per 6, notando il quoziente 2 appresso al primo quoziente 3, e l'avanzo 2 sotto al 4; al quale avanzo si aggiugnerà la quarta figura o del dividendo, ed il numero 20, che quindi risul-

fulta, si dividerà per 6, notando parimente il quoziente 3 appresso al 32, e l'avanzo 2 sotto il 0; al quale avanzo si aggiugnerà la quinta figura 3 del dividendo, ed il numero 23, che quindi risulta, si dividerà per l'istesso numero 6, notando il quoziente 3 appresso al numero 323, e l'avanzo 5 sotto al 3: al quale avanzo si aggiugnerà la sesta figura 0 del dividendo, ed il numero 50, che quindi risulta, si dividerà pure per 6, notando ancora il quoziente 8 dopo il numero 3233, e l'avanzo 2 sotto al 0; e così procedendo innanzi si troverà, che dividendo il numero 1940305 per 6 il quoziente sia 323384, e l'avanzo sia 1. Del Partire.

LXXIV.

Similmente si propone a dividere il numero 883245 per 5; ordinati il dividendo, ed il divisore nell'istesso modo, che nell' esempio antecedente, si dividerà la prima figura 8 del dividendo per lo divisore 5, e si noterà il quoziente 1 * sotto il divisore, e l'avazo 3 sotto l'istessa prima figura 8 del dividendo; al quale avanzo si aggiu-

* num. 71.

Del Partire. giugnerà la seconda figura 8 del dividendo, ed il numero 38, che quindi risulta, si dividerà ancora per 5, notando il quoziente 7 dopo il primo quoziente 1, e l'avanzo 3 sotto la figura 8; al quale avanzo si aggiugnerà la terza figura 3 del dividendo, ed il numero 33, che quindi risulta, si dividerà per l'istesso divisore 5, notando il quoziente 6 dopo il numero 17, e l'avanzo 3 sotto al 3; al quale avanzo si aggiugnerà la quarta figura 2 del dividendo, ed il numero 32, che quindi risulta, si dividerà per 5; notando il quoziente 6 dopo il numero 176, e l'avanzo 2 sotto il 2; al quale avanzo si aggiugnerà la quinta figura 4 del dividendo, ed il numero 24, che quindi risulta si dividerà per 5, notando il quoziente 4 appresso al numero 1766, e l'avanzo 4 sotto al 4; al qual avanzo si aggiugnerà finalmente l'ultima figura 5 del dividendo, ed il numero 45, che quindi risulta, si dividerà pure per 5, notando il quoziente 9 dopo il numero 17664; e non avanzando quì nulla, si metterà o sot-

* num. 71.

ſotto l'ultima parte 45 della diviſione, come ſi vede quì ſotto. *Del Partire.*

```
   5        883245
 ------      38
176649        33
               32
                24
                 45
                  0
```

LXXV.

Ma perchè avviene bene ſpeſſo, che nel mezzo della diviſione l'avanzo ſia zero, e che la figura del dividendo, che ſiegue in ordine non poſſa dividerſi per lo diviſore, in tal caſo *biſognerà ſervirſi di due figure dell'iſteſſo dividendo; e ſe non baſtaſſero due, biſognerà prenderne tre; ſe nemmeno tre baſtaſſero, ſarà duopo prenderne quattro, &c.; ma nell'iſteſſo tempo fà duopo aggiugnere al quoziente tanti zeri, quante note ſono ſtate pigliate, uno meno; vale a dire quattro zeri, ſe ſiano ſtate preſe cinque figure; tre ſe quattro; due ſe tre; ed una ſe due.* Così nell'eſempio ſeguente.

Del Partire.

6	3648248
———	..48
608041	..24
	..8
	2

nel quale si propone a dividere il numero 3648248 per 6, il quoziente è 608041, e l'avanzo è 2; ed ecco come:

LXXXVI.

Primieramente dividendo 36 per 6, il quoziente sarà 6 *, e rimane nulla. Poi perchè 4 non può dividersi per 6, bisognerà prendere l'altra figura 8, e dividere 48 per 6; sicchè notato prima uno zero nel quoziente * dopo al 6, secondo quello che si è detto, si scriverà indi il quoziente 8 della divisione di 48 per 6, dalla quale divisione similmente non avanza cosa alcuna. In oltre perchè 2 non può dividersi per 6, bisognerà avvalersi della nota seguente 4, e dividere 24 per 6; sicchè notato prima un zero nel quoziente 608, si scriverà indi il quoziente 4 dopo il numero 6080, il qual quoziente nasce dividendo 24 per 6. Fi-

* num. 70.
* num. 75.

Finalmente non avanzando cosa alcuna, si dividerà 8 per 6, e si noterà il quoziente 1 dopo il numero 60804, e l'avanzo 2 sotto al numero 8. *Del Partire.*

LXXVII.

Così pure se si propone a dividere il numero 450003600018 per 9, notabili nella solita maniera, siccome si vede quì,

9	450003600018
————————	..00036
500004000002	..000018

si troverà, che il quoziente sia 500004000002 senza che avanzi alcuna cosa; ed ecco come. Primieramente dividendo 45 per 9 il quoziente è 5 *, e l'avanzo è 0. * *num.70.* Secondo poichè per la seconda parte della divisione sono necessarie cinque figure, che sono 00036, si noteranno, secondo la regola *, quattro zeri nel * *num.75.* quoziente dopo il 5; siccome dividendo 36 per 9 il quoziente è 4, si noterà questo quoziente dopo il numero 50000. Finalmente poichè per la terza, ed ultima parte della divisione sono necessarie tutte le sei figure seguenti del dividendo, che sono 000018;

Del Partire. si noteranno, secondo la regola, cinque zeri nel quoziente, dopo il numero 500004; e siccome dividendo 18 per 9 il quoziente è giustamente 2, senza alcuno avanzo, si noterà questo quoziente dopo il numero 50000400000.

LXXVIII.

Accade ancora alcune volte, che l'ultima parte della divisione non possa farsi, per essere il numero della suddetta parte minore del divisore; ed allora *bisogna notare nel quoziente tanti zeri, quante note sono state pigliate dal dividendo*; vale a dire *un solo zero, se sia stata presa una sola figura; due zeri, se due figure; tre zeri, se tre figure, &c.* Così per esempio dovendosi dividere il numero 4864325 per 8, siccome è notato quì appresso.

```
      8        4864325
   ———————   . . 64
   608040    . . 32
                . . 5
```

il quoziente sarà 608040, e l' avanzo sarà 5: dove si vede, che nell'ultima parte della divisione il numero 5, ri-

rimasto solo nel dividendo, non avendo potuto dividersi per lo divisore 8, si è notato un zero nel quoziente dopo il numero 60804, e l'istesso numero 5 si è lasciato per avanzo della divisione. Similmente dovendosi dividere il numero 400352400002 per 5

Del Partire.

```
5          400352400002
-----------..035
80070480000  ..24
               40
               ..0002
```

il quoziente sarà 80070480000, e l'avanzo sarà 2; dove si vede, che nell'ultima parte della divisione il numero 0002, costante di tre zeri ed un 2, non essendosi potuto dividere per lo divisore 5, si sono notati quattro zeri, nel quoziente, dopo il numero 8007048.

LXXIX.

Ma si vuol quì avvertire, che sempre l'avanzo deve essere minore del divisore; poichè se fosse maggiore, avria potuto il divisore per lo meno entrare una volta di più. Così nel primo esempio, in cui si propone a dividere

Del Partire. il numero 1940305 per 6 l'avanzo della prima parte della divisione fu 1, minore del divisore 6, L'avanzo della seconda parte fu 2, minore ancora dell'istesso divisore 6. L'avanzo della terza parte della divisione fu parimente 2, eziandio minore del divisore 6. E finalmente gli avanzi della quarta, quinta, ed ultima parte furono rispettivamente 5, 2, ed 1, ciascuno minore del divisore 6.

LXXX.

Si vuol di più avvertire, che l'avanzo dell'ultima parte si può continuare a dividere, purchè si riduca prima alla specie inferiore a quella, che egli disegna. Come se vien proposto a dividere *tredici milioni, dugento e quattromila, trecento vent'uno* ducati a *nove* persone, si troverà, che il quoziente, vale a dire ciò, che tocca a ciascuna persona, sia *un milione, quattrocento sessantasette mila, cento quaranta sei* ducati, e che l'avanzo sia *sette* ducati. Ora per tirare innanzi la divisione, li 7 ducati di avanzo si ridurranno a 700 grana con mettere due

due zeri dopo il 7; e si divideranno le suddette 700 grana a 9 persone, ed il quoziente 77 si noterà dopo il quoziente de' ducati, segnato prima un punto in mezzo tra l'uno e l'altro quoziente per distinguere li ducati dalle grana. E perchè avanza sette grana, queste si ridurranno ad 84 cavalli; imperciocchè ogni grano è composto da dodici cavalli; li quali 84 cavalli distisi a nove persone danno il quoziente 9, e l'avanzo 3; il qual quoziente 9 si scriverà dopo le grana coll'interposizione d'un punto, per distinguere le grana da' cavalli, siccome si può vedere quì sotto.

Del Partire.

Del Partire.

9 13204321

1467146. 77. 9 . 60
.64
.13
.42
.61
.700
70
7
12
—
84
.3

Esame dell'altro Caso.

LXXXI.

NEl secondo caso il quale comprende le divisioni de' numeri composti per altri numeri composti, oltre delle regole osservate nel primo caso, fa duopo parimente osservarne delle altre, le quali sarà meglio spiegarle per via di esempj. Sia dunque proposto a dividere il numero composto 3864563 per lo numero composto 987. Ordinati questi numeri nella solita maniera come si vede qui sotto,

987. 3864563

si prenderanno per la prima parte della divisione tante note del dividendo, quante sono le note del divisore, purchè però il numero, che risulta da quelle, sia maggiore di questo, altrimente bisognerà prenderne una di più: come quì essendo tre le note del divisore, si prenderanno le prime tre figure 3. 8. 6 del dividendo; ma perchè il numero 386 formato da esse è minore del divisore 987, sarà duopo prenderne un'altra di più; vale a dire bisognerà dividere il numero 3864 per lo numero 987; e per non sbagliare si metterà un punto sotto la quarta figura 4 del dividendo. Del Partire.

LXXXII.

Fatto tutto questo si passerà a vedere, quanto sia il quoziente di questa divisione, ciocchè si farà paragonando la prima, ovvero le due prime, come in questo esempio, note del dividendo colla prima nota del divisore, e poi tutto, ad una ad una, le altre note del dividendo coll'altre del divisore, senza punto uscire dall' ordine, col quale sono notate. Si paragonerà dun-

Del Partire. dunque in questo esempio 38 con 9, 6 con 8, e 4, con 7: avendo però sempre ragione degli avanzi; come ora si mostrerà. E perchè il fine di questo paragone è di vedere, quanto sia il quoziente della divisione di 3864 per 987, bisognerà procurare, che quanto la prima figura 9 del divisore entra nelle due prime figure 38 del dividendo, altrettanto, o più le altre figure seguenti del divisore entrino nelle corrispondenti del dividendo; e se mai entrassero meno, bisognerà diminuire il quoziente della prima divisione di 38 per 9.

LXXXIII.

Così in questo esempio 38 diviso
* num. 71. per 9 dà 4 * in quoziente, ed avanza 2; il quale accoppiato colla nota seguente 6 rende 26; (dico 26, e non 8; imperciocchè ciascuna unità dell'8
* num. 6. disegna diece volte * più di quello, che disegna ciascuna unità del 6). Bisognerebbe dunque che il numero 26 diviso per la seconda figura 8 del di-
* num. 82. visore dasse ancora 4, ovvero * più di 4: ma perchè il quoziente di questa

sta divisione è 3, ne siegue, che il quoziente 4 di 38 per 9 è soverchio. Si prenderà dunque 3 in vece di 4; e perchè facendo che 9 in 38 entri non più di tre volte, l'avanzo è 11, il quale accoppiato colla terza figura 6 dà 116; e questo numero 116 diviso per la seconda figura 8 del divisore dà molto più di 3; si potrà senza timore alcuno mettere 3 nel quoziente, il quale indicherà, che il numero 987 entri tre volte nel numero 3864; e di fatto il suddetto numero 987 replicato tre volte fa 2961, che è minore di 3864. E se alcuno ha sospetto, che il numero 987 possa entrare quattro volte nel numero 3864, egli se ne chiarirà, replicando quell'istesso quattro volte; poichè vedrà uscir fuori il numero 3948, che è maggiore di 3864.

LXXXIV.

Ritrovato il quoziente 3, si noterà esso sotto il divisore 987, come si vede quì sotto, e si farà passaggio a ritrovare l'avanzo, vale a dire ciocchè rimane dalla divisione di 3864 per 887.

Del Partire.

```
987     3864563
——       903
3
```

Questo avanzo è 903; imperciocchè tre volte il divisore 987 fa, come ora si è detto, 2961, il qual numero sottratto debitamente dal dividendo 3864 lascia 903. Ma questo avanzo si può ancora ritrovare in un'altra maniera, la quale suole communemente praticarsi; ed è moltiplicare ciascuna nota del divisore per lo quoziente 3, e di sottrarre li prodotti, che sono 21, 24, e 27 dalle note corrispondenti del dividendo.

LXXXV.

Perchè dunque da 4 non si può sottrarre il prodotto 21, che nasce moltiplicando il quoziente 3 per l'ultima figura 7 del divisore, si aggiugneranno al suddetto 4 tante diecine, quante bastano poter fare la sottrazione; e poicchè quì bastano due diecine, si sottrarrà il numero 21 dal numero 24, e si noterà l'avanzo 3 sotto alla figura 4. Poi al prodotto 24 dell'istesso quoziente 3 per la figura seguente 8 del divi-

visore, si aggiugneranno le due diecine date al 4 per potersi fare la sottrazione, delle quali è ragionevole, che se ne tenga conto, e la somma 26 si sottrarrà dalla figura seguente 6 del dividendo; e perchè nemmeno qui può farsi la sottrazione, si aggiugneranno al suddetto 6 due centinaja; e perchè dal numero 26, che quindi risulta, sottratta la somma 26 l'avanzo è nulla, si metterà 0 sotto al 6. Finalmente al prodotto 27 del quoziente 3 per la terza figura 9 del divisore si aggiugneranno le due centinaja date al 6, per potersi fare la sottrazione; e perchè il numero 29, che quindi risulta sottratto da 38 lascia 9, si metterà 9 sotto ad 8, e perciò l' avanzo della prima parte della divisione sarà 903.

Del Partire.

LXXXVI.

Passando alla seconda parte si aggiugnerà al suddetto avanzo la figura seguente del dividendo, la quale è 5, e si costituirà il nuovo dividendo 9035: il quale si dovrà dividere per l'istesso divisore 987 nell'istessa maniera, che è stata fin'ora spiegata: cioè si vedrà pri-

Del Partire. primieramente, quanto ſia il quoziente della diviſione di 9035 per 987: il
* num. 82. qual quoziente non è 10 *, quantunque le due prime figure 90 del dividendo diviſe per 9, prima figura del diviſore, diano il ſuddetto quoziente 10; imperciocchè la ſeguente figura 3 non può nemmeno dividerſi per la figura ſeguente 8 del diviſore. Si noterà dunque 9, nel quoziente dopo il 3: imperciocchè facendo che 9 entri in 90 nove volte, rimane 9, il quale avanzo accoppiato colla nota ſeguente 3, avendo riguardo al valore locale, dà 93; e queſto numero diviſo per la ſeconda figura 8 del diviſore dà molto più di 9.

LXXXVII.

Ritrovato il quoziente ſi paſſerà a ritrovare l'avanzo, ſiccome ſi vede quì ſotto, dove tutta l'operazione è portata a fine.

987	3864563.
——	. 9035
3915	. 1526
	. 5393
	. 458.

Si

Si moltiplicherà dunque 7 per 9, ed il prodotto 73 si sottrarrà da 5; e non potendosi far la sottrazione, si aggiugneranno al suddetto 5 sei diecine; ed allora sottraendo 63 da 65 l'avanzo sarà 2, che si noterà sotto al 5. Poi si moltiplicherà 8 per 9, ed al prodotto 72 si aggiugneranno le sei diecine suddette, e si sottrarrà la somma 78 da 3: e non potendosi far la sottrazione, si aggiugneranno a 3, otto centinaja, ed allora sottratto 78 da 83 l'avanzo sarà 5, che si metterà sotto al 3. Finalmente si moltiplicherà 9 per 9, ed al prodotto 81, si aggiugneranno le suddette 8 centinaja; e il numero 89 che di là risulta, si sottrarrà dal 90, e si noterà l'avanzo 1 sotto al 0: di modo che l'avanzo della seconda parte della divisione sarà 152, al quale aggiunta la figura seguente 6, si costituirà il numero 1526, che servirà per la terza parte della divisione. Or continuata in questo modo tutta l'operazione, si troverà, che diviso il numero 3864563 per lo numero 987 il quoziente sia 3915, e l'avanzo sia 458.

Del Partire.

Del Partire.

LXXXVIII.

Sia in oltre proposto a dividere il numero composto 2431802345 per lo numero composto 4863. Io dico, che il quoziente sarà 500062, e l'avanzo sarà 839; ed ecco come. Si ordinino questi due numeri nella solita maniera siccome vedesi quì sotto.

4863	2431802345
	 30234
500062	. 10565
	.. 839

Poi perchè le prime quattro figure 2. 4. 3. ed 1 del dividendo non bastano per la prima parte della divisione, essendo il divisore 4863 maggiore del numero 2431 composto delle suddette quattro figure, se ne prenderà una di più, cioè la quinta 8, e si cercherà quante volte la prima figura 4 del divisore entri nelle due prime figure 24 del dividendo; e benchè ci entri sei volte, senza che avanzi nulla: nulla però di manco poichè la seguente figura 8 del divisore non entra neppure nella seguente figura 3 del dividendo, si farà il 4 nel 24 entrare solamente *

* num. 82.

ein-

cinque volte, ed allora paragonando le altre figure 8, 6, e 3 del divisore colle corrispondenti figure del dividendo, tenendo però ragione degli avanzi, si troverà, che sempre entra ò 5, ò più di 5. *Del Partire.*

LXXXIX.

Si noterà dunque il quoziente 5 sotto il divisore 4863, e si farà passaggio a ritrovare l'avanzo della sottrazione, il quale avanzo sarà 3: poichè il divisore 4863 replicato cinque volte rende il numero 24315, che è minore del dividendo 24318 di 3. E perchè per la seconda parte della divisione si debbano aggiugnere quattro figure 0. 2. 3. 4 all'avanzo 3, bisognerà notare nel quoziente dopo il 5 tre * zeri. Fatto ciò si vedrà quante volte il 4, prima nota del divisore, entri nelle due prime figure 30 della seconda parte del dividendo; e benchè ci entri sette volte, nulla però di manco a causa della nota seguente 8, che non dà l'istesso quoziente; si farà entrare sei volte, si metterà 6 nel quoziente dopo il numero 5000;

* *num. 75.*

Del Partire. dopo moltiplicando a poco a poco il divisore per 6, e nell'istesso tempo sottraendo i prodotti, si troverà l'avanzo 1056: al quale si aggiugnerà l'ultima figura 5 del dividendo, ed il numero 10565, che quindi risulta, servirà per la terza, ed ultima parte della divisione, la quale dà il quoziente 2, e l'avanzo 839; di modo che resta vero, che tutto il quoziente della divisione qui proposta sia 500062, e l'avanzo sia 839.

XC.

Ma si vuol qui ancora avvertire, che sempre l'avanzo deve essere minore del divisore: poichè se fosse maggiore, avria potuto il divisore entrare per lo meno una volta di più. Così in questo passato esempio l'avanzo della prima parte della divisione fu 3 molto minore del divisore 4863. Nell' istesso esempio l'avanzo della seconda parte della divisione fu 1056, parimente minore dell'istesso divisore 4863. E finalmente l'avanzo dell'ultima parte della divisione fu 839, eziandio minore del divisore 4863.

Si

XCI.

Si vuole in oltre avvertire, che l'avanzo dell'ultima parte della divisione si può continuare a dividere, purchè esso si riduca prima alla specie inferiore a quella, che egli disegna; vale a dire trattandosi di ducati, per continuare la divisione bisognerà l' ultimo avanzo prima ridurlo a grana colla giunta di due zeri, e poi le grana soverchiate ridurle a cavalli; ciocchè si farà moltiplicando le suddette grana per 12; imperciocchè ogni grano è composto di 12 cavalli: così nell'esempio, che siegue. Del Partire.

```
  384        56324
  ———         1792
146. 67. 8 .  2564
             .. 26000
                . 2960
                   272
                    12
                  ———
                   544
                  272
                 ———
                  3264
                   192
```

Esame del Moltiplicare, e del Partire. dividendo *cinquantasei mila, trecento venti quattro* ducati a *trecento ottanta quattro* persone, il quoziente è *cento quarant sei* ducati, *sessanta sette* grana, ed *otto* cavalli; e l'avanzo è *cento novant adue* cavalli, il quale avanzo è indivisibile.

CAPO SESTO.

Esame del Moltiplicare, e del Partire.

XCII.

Dimostrate le regole, che si debbono osservare nel *Moltiplicare*, e nel *Partire* i numeri intieri; è necessario ora dimostrare come queste due operazioni si possano esaminare; ciocchè dicesi volgarmente *far la pruova*. Conviene perciò sapere, che siccome * il *Sommare*, ed il *Sottrarre* sono due operazioni, che si esaminano vicendevolmente, cioè l'una per mezzo dell' altra, così ancora il *Moltiplicare*, ed il *Partire* siano due altre operazioni, che si esaminano ancora vicendevolmente,

* num. 44.

te, vale a dire il *moltiplicare* per lo *Partire*, ed il *Partire* per lo *moltiplicare*. *Esame del Moltiplicare, e del Partire.*

XCIII.

Il *moltiplicare* si esamina per mezzo del *Partire* in tal modo. *Fa duopo dividere il prodotto della moltiplicazione per uno de' due numeri, che si sono moltiplicati insieme; e se il quoziente è giustamente eguale all' altro numero, senza che avanzi alcuna cosa, non si sarà errato nel moltiplicare; se ci trova qualche divario, ovvero se rimane qualche cosa, si sarà commesso qualche errore, e bisognerà rifare l' operazione da capo.*

CXIV.

Come per esempio dovendosi esaminare, se il numero 34440 sia il vero prodotto de' due numeri 4305, ed 8, l' uno composto, e l' altro semplice, si dividerà il prodotto 34440 per uno de' due suddetti numeri 4305, ed 8, cioè per 8, che è il più picciolo di essi siccome può osservarsi quì sotto,

Esame del Moltiplicare, e del Partire.

	4305
	8
8	34440
4305	.24
	..40

a vedere se il quoziente sia giustamente l'altro numero 4305, senza che resti alcuna cosa; e perchè tanto appunto si trova essere il suddetto quoziente, nè avanza alcuna cosa, si conchiuderà, che il numero 34440 sia il vero prodotto de' numeri proposti 4305 ed 8; e che per conseguente non si sia errato nel moltiplicare.

XCV.

Similmente dovendosi esaminare se il numero 193080 sia il vero prodotto de' due numeri composti 8045, e 24, si dividerà il suddetto prodotto per il più picciolo 24 de' due numeri, che si sono moltiplicati, siccome può osservarsi quì sotto,

Esame del Moltiplicare, e del Partire.

```
            8045
              24
           -----
           33180
          16090
          ------
  24      193080
 ----     ..108
 8045      .120
            ...
```

a vedere se il quoziente sia giustamente l'altro numero composto 8045, senza che resti alcuna cosa; e perchè tanto appunto si trova essere il suddetto quoziente, nè avanza alcuna cosa; si conchiuderà che il numero 193080 sia il vero prodotto de' due numeri proposti 8045, e 24: e che per conseguente non si sia errato nel moltiplicare.

XCVI.

Siccome il *Moltiplicare* si esamina per mezzo del *Partire*; così viceversa il *Partire* si esamina per mezzo del *Moltiplicare*; ciò che si fà in tal modo. *Fa duopo moltiplicare il quoziente della divisione per lo divisore, e se aggiunto al prodotto l'avanzo dell' istessa*

Esame del Moltiplicar, e del Partire. *stessa divisione, la somma riesce giustamente eguale al dividendo, non si sarà errato nella divisione; se poi ci si trova qualche divario, si sarà commesso qualche errore, e per conseguente bisognerà rifare da capo tutta l'operazione.*

XCVII.

Come dovendosi esaminare se nell'esempio seguente il numero 50923 sia il vero quoziente della divisione di 356463 per 7,

7	356463
	..64
50923	.16
7	.23
	2
356461	
2	
356463	

si moltiplicherà il suddetto quoziente 50923 per lo divisore, ed al prodotto 356461 si aggiugnerà l'avanzo della divisione 2, a vedere se la somma riesca giustamente eguale al dividendo 356463; e perchè così si trova che sia,

sia, ne siegue che non si sia commesso alcuno errore nel partire.

Esame del Moltiplicare, e del Partire,

XCVIII.

Similmente dovendosi esaminare se in quest' altro esempio.

35	4863282
—	136
138950	·313
35	332
———	·178
694750	··32
416850	
32	
———	
4863282	

il numero 138950 sia il vero quoziente della divisione di 4863282 per 35; si moltiplicherà il suddetto numero 138950 per lo divisore 35, ed al prodotto si aggiugnerà l'avanzo 32 della divisione, a vedere se la somma sia giustamente eguale al dividendo 4863282; e perchè così si trova che sia, ne siegue che non si sia commesso alcuno errore nel partire.

Al-

Esame del Moltiplicare e del Partire.

Altra maniera di esaminare il moltiplicare, ed il Partire.

XCIX.

SOgliono entrambe queste regole esaminarsi ancora in un'altra maniera, che si chiama l'*esame del nove*, la quale è usitatissima, e merita di essere quì dimostrata. Dovendosi esaminare se il numero 207240 sia il vero prodotto di questi altri due 8635, e 24, si farà una croce, siccome si vede quì sotto.

```
   8635
     24
 ------
  34540
 17270
 ------
 207240
```

4	6
6	6

ed in uno de' suoi quattro angoli si noterà ciocchè avanza, tolti tutti i 9 dalle figure del numero superiore 8635 unite insieme; e nell' angolo opposto si noterà similmente ciocchè avanza, tolti i 9 dalle figure del numero inferiore 24 accoppiate insieme. E perchè le figure

gure 8, 6, 3, e 5 unite insieme fanno 22, dal qual numero tolti due 9 avanza 4, e le figure 2, e 4 unite insieme fanno 6, dal quale non potendosi togliere alcun' 9, avanza l'istesso 6, si noterà in 4 in un' angolo, e 6 nell'angolo opposto. Di poi si moltiplicheranno insieme questi due numeri 4, e 6, e dal prodotto 24 tolti tutti i 9, che sono due, e l'avanzo 6 si scriverà nel terzo angolo della croce. Se poi ciocchè avanza, tolti tutti i 9 delle figure del prodotto sia parimente 6, cioè quel numero, che si è notato nel terzo angolo della croce, come accade quì, dove le figure 2, 0, 7, 2, 4, e 0, fanno il numero 15, da cui sottratto un 9 avanza 6, ciò sarà segno, che non si sia sbagliato nel moltiplicare; se si trova più, o meno, si sarà commesso qualche errore, e bisognerà rifare l'operazione da capo.

Esame del Moltiplicare, e del Partire.

C.

Similmente dovendosi esaminare, se il numero 2129382 sia il vero prodotto degli altri due 45306, e 47, segnata ancora una croce, siccome vedesi quì sotto. 45306

Esame del Moltiplicare, e del Partire.

```
  45306
     47
 ------        0 | 0
 317142       ---|---
 181224        2 | 0
 ------
2129382
```

si metterà in uno de' suoi quattro angoli zero, perchè tolti tutti i 9 dal numero 45306 non avanza cosa alcuna; e nell'angolo opposto si noterà 2, perchè tanto avanza tolti i 9 dall'altro numero 47. Poi nel terzo angolo della croce si metterà ancora zero; perchè moltiplicati insieme il 0, ed il 2, il prodotto è zero. E poichè dal prodotto 2129382, tolti tutti i 9, non avanza cosa alcuna, e per conseguente nell'angolo rimanente ci va pure zero, cioè tanto, quanto si è notato nel terzo angolo ne siegue che non si sia errato nel moltiplicare.

CI.

Dovendosi poi esaminare, se il numero 1358 sia il vero quoziente della divisione di 486325 per 358, segnata parimente una croce, siccome vedesi quì sotto. 358

358	486325		
	1283	7	2
1358	2092		
	3025	8	2
	161		

Esame del Moltiplicare, del Partire.

si noterà in uno de' suoi quattro angoli ciò che rimane togliendo i 9 dal divisore 358, cioè 7, che tanto rimane; e nell'angolo opposto si noterà ciocchè rimane togliendo i 9 dal quoziente 1358, cioè 8, che tanto rimane. Di poi si moltiplicheranno insieme i due avanzi 7, ed 8, e dal prodotto 56 tolto similmente i 9, ciò che rimane, vale a dire 2, si noterà nel terzo angolo della croce. Finalmente se tolta prima la somma delle figure dell'avanzo 161, la qual somma è 8 della somma delle figure del dividendo 486325, la qual somma è 28, e di poi toltine i 9, avanza tanto, quanto è stato notato nel terzo angolo della croce, cioè 2, non si sarà errato nel partire, siccome accade qui: se avanza più, o meno, è segno che si sia errato, e bisognerà rifare l'operazione.

SE-

Della natura de' Rotti

SEZIONE SECONDA

Ove sono spiegate le regole da praticarsi nel Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire li numeri rotti.

ALle quattro operazioni co' numeri intieri succedono le operazioni co' rotti, che sono quelle quattro istesse: vale a dire il *Sommare*, il *Sottrarre*, il *Moltiplicare*, ed il *Partire*: delle quali, secondo l'ordine stabilito devesi parlare in questa *seconda Sezione*. Ma prima è necessario accennare, che cosa sia rotto; e di più bisogna spiegare, alcune, diciam così preparazioni, le quali sono più che necessarie alle suddette quattro operazioni.

CAPO PRIMO.

Della natura de' rotti. Della loro origine, e di alcune operazioni meno principali di essi.

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

CIII.

SE si divide una cosa qualsivoglia, che si prende come un tutto, in quante parti eguali si vuole, o che la divisione sia reale, o che si faccia solo col pensiero, e di queste parti se ne prendano alcune; l'espressione aritmetica adoprata in ispiegare le suddette parti dicesi *rotto*, ovvero *frazione*. Così per esempio diviso un carlino in quattro parti eguali, le espressioni aritmetiche $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, le quali si adoprano a spiegare o uno, o due, o tre rispettivamente delle suddette quattro parti, si chiamano *rotti*, o pure *frazioni*.

CIV.

Quindi ogni rotto, è composto da due numeri separati l'uno dall'altro con una picciola linea; delli quali uno è scritto sopra alla detta linea, e l'altro è scritto sotto all'istessa. Quello

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

di sopra chiamasi *numeratore*; perchè disegna, ovvero numera quante parti sono state pigliate: e quelle di sotto dicesi *denominatore*, perchè denomina la specie delle parti, ovvero disegna in quante parti è stato diviso il tutto. Così nella frazione $\frac{3}{4}$ il denominatore 4 disegna, che il tutto sia stato diviso in quattro parti eguali, ed il numeratore 3 disegna, che delle suddette quattro parti ne siano state prese tre; e per conseguenza $\frac{3}{4}$ di un carlino sono *sette grana, e mezzo*; $\frac{3}{4}$ di una canna sono *sei palmi*: $\frac{3}{4}$ di un grana sono *nove cavalli*: Così ancora nella frazione $\frac{4}{5}$ il denominatore 5 desegna, che il tutto è stato compartito in cinque parti eguali; ed il numeratore 4 dinota, che delle suddette cinque parti eguali ne siano state pigliate quattro; e perciò $\frac{4}{5}$ di un carlino sono *otto grana*; $\frac{4}{5}$ di un ducato sono *otto carlini*; e finalmente $\frac{4}{5}$ di un tarì sono *sedici grana*.

CV.

Li rotti tirano la loro origine dalla divisione. Impercìocchè dovendosi di-

videre 3 ducati a 4 persone, la divisione non può farsi senza rotti; per essere il 3 minore del 4: il quoziente dunque sarà il rotto $\frac{3}{4}$. Imperciocchè se dovesse dividersi un solo ducato a quattro persone, senza dubbio il quoziente saria $\frac{1}{4}$; e perciò dovendosi dividere 3 ducati a 4 persone, toccheranno a ciascuno $\frac{3}{4}$ di ducato, che * sono 75 grana. E similmente dovendosi dividere 5 ducati a 9 persone; il quoziente sarà $\frac{5}{9}$; imperciocchè se si avesse da dividere un solo ducato a 9 persone, il quoziente saria $\frac{1}{9}$; e per conseguente dovendosi dividere 5 ducati a 9 persone, il quoziente deve essere $\frac{5}{9}$, che sono * quasi 55 grana; e 8 cavalli.

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

*num. 104.

*num. 104.

CVI.

Così pure dovendosi dividere 45632 ducati a 7 persone, il quoziente è 6518, e l'avanzo è 5; il quale non si può dividere a 7 persone senza rotti; e perchè divisi 6 ducati a 7 persone il quoziente è $\frac{6}{7}$, ne siegue, che tutto il quoziente della divisione di 45632 per 7 sia 6518 $\frac{6}{7}$, che sono

H 4 6518

*Annot.104 Della natura de' Rotti, e della loro origine.

6518 ducati, 85 * grana, e 9 cavalli in circa. E finalmente dovendosi dividere 38654 a 38 persone, il quoziente è 1017, ed avanza 8; il quale avanzo non si può dividere a 38 senza rotti; e perchè fatta la divisione il quoziente è una frazione, che ha 8 per numeratore, e 38 per denominatore, ne siegue che tutto il quoziente della divisione di 38654 per 38 sia $1017\frac{8}{38}$

Distinzione delle frazioni in tre classi.

CVII.

Non tutte le frazioni sono dell' istessa natura. Ve ne ha di *tre classi*: la prima classe è di quelle, *che hanno il numeratore maggiore del denominatore*, come sono tutte le seguenti:

$\frac{3}{2}$. $\frac{6}{3}$. $\frac{8}{4}$. $\frac{9}{6}$. $\frac{8}{5}$. $\frac{6}{2}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{9}{2}$. $\frac{9}{8}$ &c.

La seconda classe è di quelle, che *hanno il numeratore eguale al denominatore*, come sono queste altre.

$\frac{1}{1}$. $\frac{2}{2}$. $\frac{3}{3}$. $\frac{4}{4}$. $\frac{5}{5}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{7}{7}$. $\frac{8}{8}$. $\frac{9}{9}$ &c.

La terza classe finalmente è di quelle, *che hanno il numeratore minore del de-*

nominatore, come sono le frazioni quì notate. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

$\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$: $\frac{4}{9}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{6}{7}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{3}{9}$. $\frac{4}{7}$ &c.

CVIII.

Premessa questa distinzione, convien sapere, che *ogni frazione, la quale tiene il numeratore eguale al denominatore è giustamente un tutto*. Per esempio la frazione $\frac{3}{3}$, in cui il numeratore 3, è uguale al denominatore 3, è giustamente un tutto: e la ragione si è, perchè il tutto supponendosi diviso * nella suddetta frazione in tre parti eguali, ed essendo state prese tutte tre queste parti, si è assorbito l' intiero tutto. Quindi $\frac{3}{3}$ di un carlino è un carlino intiero: $\frac{6}{5}$ di un ducato è un ducato intiero: $\frac{9}{9}$ di un zecchino; è un zecchino intiero: e generalmente tutte le frazioni della seconda lista, ed ogni altra frazione, che tiene il suo numeratore eguale al denominatore, si può spiegare per 1, ancorchè il numeratore, ed il denominatore siano numeri grandissimi. *num. 104

CIX.

Conviene in oltre sapere, che *ogni*

 fra-

Della natura de' Rotti, e della loro origine. *frazione, la qua'e tiene il numeratore maggiore del denominatore ſia maggiore di un tutto.* Per eſempio la frazione $\frac{5}{3}$, in cui il numeratore 5 è più grande del dominare 3, è maggiore di un tutto; e la ragione ſi è, perchè il tutto ſupponendoſi diviſo nella ſuddetta frazione * in tre parti eguali, ed eſſendo non ſolamente ſtare preſe tutte tre queſte parti, ma due altre di più eguali a ciaſcuna di eſſe, non ſolo ſi è aſſorbito l'intiero tutto, ma ſi è parimente ſuperato. Quindi $\frac{5}{3}$ di un carlino è un carlino con $\frac{2}{3}$ di un altro carlino di più: poicchè $\frac{3}{3}$ è un carlino giuſto; $\frac{9}{4}$ ſono due carlini con $\frac{1}{4}$ di un altro carlino di più; imperciocchè $\frac{4}{4}$ è un carlino giuſto, e per conſeguente $\frac{8}{4}$ ſono due carlini; $\frac{8}{2}$ ſono quattro carlini giuſti; imperciocchè $\frac{2}{2}$ è un carlino giuſto, e per conſeguente $\frac{8}{2}$ ſono quattro carlini; e generalmente tutte le frazioni della prima liſta ed ogni altra, che tiene il numeratore maggiore del denominatore ſi può ſpiegare con uno, o più tutti, o giuſtamente, o con qualche rotto anneſſo.

* num. 104.

Fi-

CX.

Finalmente convien sapere, che *ogni frazione, la quale tiene il numeratore minore del denominatore sia meno di un tutto*; Per esempio la frazione $\frac{2}{3}$, in cui il numeratore 2 è minore del denominatore 3 è meno di un tutto; e la ragione si è perchè il tutto supponendosi diviso nella suddetta frazione * in tre parti eguali, ed essendo state prese due solamente delle suddette tre parti, non si è assorbito l' intiero tutto. Quindi $\frac{2}{3}$ di un carlino, meno di un carlino: $\frac{3}{4}$ di un ducato è meno di un ducato: $\frac{4}{5}$ di un zecchino è meno di un zecchino; e generalmente tutte le frazioni delle terza lista, ed ogni altra, che abbia il numeratore minore del denominatore non giugne ad un tutto. E queste ultime propriamente sono vere frazioni; imperciocchè quelle, che appartengono alla prima, e seconda classe non anno altro, che l' apparenza di frazione.

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

* num. 104.

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

Del modo di ridurre li rotti ad intieri; e viceversa gl' intieri a' rotti.

CXI.

LI rotti; che sono eguali ad un tutto, vale a dire quelli che hanno il numeratore eguale * al denominatore, si riducono, siccome è stato già detto, ad un solo intiero, e perciò si scriverà 1 in vece di $\frac{2}{2}$, di $\frac{3}{3}$, di $\frac{4}{4}$, di $\frac{8}{8}$ &c. Ma per ridurre li rotti, che sono maggiori di un tutto, vale a dire quelli, che hanno * il numeratore maggiore del denominatore ad intieri, si userà questa regola, *Si dividerà il numeratore per lo denominatore, e se dalla divisione non avanza cosa alcuna, il quoziente disegnerà tutti gl' intieri del rotto; nel caso, che avanza alcuna cosa, si terrà conto dell' avanzo con formarne un rotto*; Così per esempio dovendosi ridurre $\frac{9}{3}$ ad intieri, si dividerà il numeratore 9 per lo denominatore 3; e perchè il quoziente è giustamente 3, si conchiu-

* num. 108.

* num. 109.

chiuderà, che la frazione $\frac{9}{3}$ equivale a 3 intieri. Così ancora dovendosi ridurre la frazione $\frac{8}{3}$ ad intieri, si dividerà il numeratore 8 per il denominatore 3, e perchè il quoziente è 2, ed avanza ancora 2; si conchiuderà, che la frazione $\frac{8}{3}$ equivale a due intieri; e $\frac{2}{3}$. E nell' istessa maniera la frazione *mille ducento quarantotto diciottesime* segnata quì sotto

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

$$\frac{1248}{18} \qquad 69\frac{6}{18}$$

equivale a 69 intieri, e sei *diciottesime*; poichè diviso il numeratore 1248 per lo denominatore 18, il quoziente è 69, e l'avanzo è 6.

CXII.

Viceversa dovendosi ridurre un intiero solo a *mezzi*, o pure a *terzi*, ovvero a *quarti*, od a *quinti*, od a *sesti* &c. si scriverà $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{6}$ &c. imperciocchè si è detto che ogni frazione, che tiene il numeratore eguale al suo denominatore * equivale ad un intiero solo. Ma dovendosi ridurre una moltitudine d' intieri a rotto; si userà

*num.105.

rà

Delle nature de' Rotti, e della loro origine.

rà questa regola: *Si moltiplicherà la suddetta moltitudine d' intieri per lo denominatore del rotto proposto, ed al prodotto si soscriverà il suddetto denominatore*. Così per esempio dovendosi ridurre 3 intieri a *mezzi*, si moltiplicherà il 3 per lo denominatore 2; ed al prodotto 6 si soscriverà l' istesso denominatore 2; onde tre intieri si ridurranno al rotto $\frac{6}{2}$: così ancora dovendosi ridurre 3 intieri a *terzi*, si moltiplicheranno li suddetti tre intieri per l' istesso denominatore 3, ed al prodotto 9 si soscriverà il denominatore 3; onde tre intieri equivagliono al rotto $\frac{9}{3}$: E nell' istessa maniera si troverà che 245 $\frac{2}{3}$, che sono molti intieri con un rotto annesso, equivagliono alla frazione $\frac{737}{3}$; imperciocchè 245 intieri ridotti a *terzi* sono 735 terzi; e perciò aggiugnendovi gli altri $\frac{2}{3}$, si ottiene il rotto suddetto 737 terzi.

Della

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

Della riduzione delle frazioni a minimi termini.

CXIII.

R*Idurre una frazione a minimi termini* non è altro, *se non che ritrovare la frazione la più semplice, che equivale alla frazione proposta.* Per esempio la frazione $\frac{6}{8}$ si dice ridursi a minimi termini, allora quando in virtù di qualche regola si ritrova la sua equivalente semplicissima $\frac{3}{4}$: Così ancora la frazione $\frac{24}{48}$ si riduce a minimi termini, quando si trova la sua equivalente semplicissima $\frac{1}{2}$.

CXIV.

Prima di proporre la regola, che si deve praticare nell'istituire cotesta riduzione, fa d'uopo spiegare alcune voci. *Misura* di un numero si chiama *un altro numero, che lo misura, e lo divide esattamente*: Così per esempio 3 è misura di 12; 8 è misura di 24; ma 5 non è misura di 13; perchè non lo divide esattamente. Dove è da osservarsi, darsi alcuni numeri, che non an-

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

anno altra misura, che l'unità, e loro stessi: quali numeri sogliono chiamarsi *primi*. Tali sono i numeri 5, 7, 11, 13, 17, ed altri infiniti, li quali non possono dividersi per altri numeri, se non che per 1, ovvero rispettivamente per essi stessi, cioè per 5, 7, 11, 13, 17, &c.

CXV.

Comune misura di due numeri si chiama *un altro numero, che li misura, e li divide esattamente*; Così per esempio 3 è misura comune di 12, e di 18; 6 è misura comune di 24, e di 30; ma 5 non è misura comune di 15, e di 18. Dove è da osservarsi, che due numeri primi non hanno altra comune misura, che la sola unità; come per esempio la misura comune di 7, e di 17 è solamente 1: essendo impossibile di ritrovare un numero, che divida esattamente entrambi questi due numeri primi.

CXVI.

Finalmente *massima comune misura*, si dice *la più grande misura di tutte le comuni misure di due numeri*. Per esem-

esempio tutte le comuni misure de'numeri 18, e 30 sono 1, 2, 3, e 6; delle quali 6 è la più grande: quindi il numero 6 dicesi *massima comune misura* de'numeri 18, e 30; Così ancora le comuni misure de' numeri 30, e 90 sono 1, 2, 3, 5, 6 10, 15 e 30, delle quali 30 è la maggiore; quindi il numero 30 si dirà *massima comune misura* de'numeri 30, e 90. Dove è da osservarsi, che li numeri primi li quali non anno altro che l' unità * per comune misura sono privi di massima comune misura.

Della natura de' Rotti, e de la loro origine.

* num. 115.

CXVII.

Per ritrovare la massima comune misura di due numeri dati, si deve tenere questa regola; *Fa d'uopo dividere il maggiore per lo minore, e senza tener conto del quoziente, bisogna notare l'avanzo. Poi bisogna dividere il minore per l'avanzo, e senza tener conto del quoziente, fa d'uopo notare il secondo avanzo. Indi è necessario dividere il primo avanzo per lo secondo; e senza ancora tener conto del quoziente, fa d'uopo notare il terzo avanzo*

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

E l'istesso si farà fin tanto che non avanzi cosa alcuna; ed allora il penultimo avanzo, vale a dire quello, che precede al zero, sarà la massima comune misura.

CXVIII.

Così per esempio dovendosi ritrovare la ma ma comune misura de'numeri 30, e 18, si dividerà, siccome vedesi qui sotto,

30. 18. 12. 6. 0.

il numero maggiore 30 per lo minore 18, e senza tener conto del quoziente, si noterà l'avanzo 12. Poi si dividerà il numero minore 18 per l'avanzo 12, e si noterà similmente l'altro avanzo 6. Finalmente si dividerà il primo avanzo 12 per lo secondo avanzo 6, e si noterà l'avanzo zero: E perchè l'avanzo, che precede al zero è il numero 6, ne siegue che esso sia la massima comune misura de' numeri 30, e 18.

CXIX.

Così ancora dovendosi ritrovare la massima comune misura de'numeri 140, e 25, si dividerà, siccome vedesi qui sotto

10.

140. 25. 15. 10. 5. 0

il numero maggiore 140 per lo minore 25, e si noterà l'avanzo 15. Poi si dividerà il numero minore 25 per l'avanzo 15, e si noterà il secondo avanzo 10. In terzo luogo si dividerà il primo avanzo 15 per lo secondo avanzo 10, e si noterà il terzo avanzo 5. Finalmente si dividerà il secondo avanzo 10 per lo terzo 5; e siccome da questa divisione non avanza alcuna cosa; ne siegue che 5 sia la massima comune misura de'numeri 140, e 25. Con questo istesso metodo si conoscerà, che i due numeri 15, e 37 non abbiano altro, che 1 per massima comune misura; siccome ancora i due numeri 41, e 95.

Della tura de' Rotti, e della loro origine.

CXX.

Ciò premesso quando vien proposta una frazione a doversi ridurre a minimi termini, *fa duopo primieramente ritrovare la massima * comune misura del numeratore, e del denominatore; indi bisogna dividere così il numeratore, come il denominatore per la massima comune misura già ritrova-*

*num. 117.

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

vata; e servirsi de' quozienti per comporne la frazione semplicissima, che si va cercando.

CXXI.

Come per esempio dovendosi ridurre la frazione $\frac{45}{60}$ a minimi termini, si troverà la massima comune misura * del denominatore 60, e del numeratore 45, la quale è 15; di poi si dividerà così il numeratore 45, come il denominatore 60 per 15: e da' quozienti dell' una, e dell' altra divisione, li quali sono rispettivamente 3, e 4 si comporrà la frazione, $\frac{3}{4}$, la quale sarà eguale alla proposta, ed è la più semplice di tutte le frazioni dell'istesso valore. Così ancora dovendosi ridurre la frazione $\frac{85}{205}$ a minimi termini, si troverà la massima comune misura del denominotore 205, e del numeratore 85, la quale, è 5; e poi si dividerà così il numeratore 85 come il denominatore 205 per la massima comune misura 5, e da' quozienti dell'una, e dell'altra divisione, li quali sono rispettivamente 17, e 41 si comporrà la frazione $\frac{17}{41}$, che è eguale

* num. 117.

alla

alla proposta, ed è la più semplice di tutte le frazioni dell'istesso valòre. Con questo istesso metodo si conoscerà, che la frazione, che ha 2478 per numeratore, e 3186 per denominatore si riduce a $\frac{7}{9}$; essendo il numero 354 la massima comune misura; e che la frazione, che ha 13 per numeratore, e 27 per denominatore non si può ridurre a minimi termini; per essere 1 la massima comune misura del numeratore, e del denominatore. *Delle natura de' Rotti, e della loro origine.*

CAPO I.

Della riduzione delle frazioni all' istessa denominazione.

CXXII.

SE due o più frazioni anno un medesimo denominatore, diceſi ordinariamente, che sono dell'*istessa denominazione*; tali sono le frazioni $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$, &c. ma se due, o più frazioni hanno diseguali denominatori, si suol dire, che siano di *denominazione di-*

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

versa: come sono le frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{3}{4}$, &c.; onde *ridurre le frazioni all' istessa denominazione*, non è altro che *date due, o più frazioni avendo diseguali denominatori, ritrovarne altrettante eguali di valore alle date ciascuna, a ciascuna, ma che siano dell' istessa denominazione*. Come per esempio le due frazioni $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ sono di diversa denominazione; ma queste altre due $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$ sono dell'istessa denominazione, e sono tali, che la prima $\frac{4}{8}$ è uguale alla prima $\frac{1}{2}$, e la seconda $\frac{6}{8}$ è uguale alla seconda $\frac{3}{4}$; siccome si scorgerà dal ridurle a minimi * termini.

* num. 120.

CXXIII.

Date due frazioni, per ridurle all' istessa denominazione si terrà questa regola. *Si moltiplicherà il numeratore di ciascuna frazione per lo denominatore dell'altra, e li prodotti si noteranno per numeratori delle frazioni nuove, che si cercano; alli quali prodotti si soscriverà per comune denominatore ciocchè nasce moltiplicando li denominatori delle suddette due frazioni proposte*: Come per esempio, se le frazio-

ni

ni date sono $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{8}$, si noteranno l' una accanto all' altra come vedesi qui sotto. Della natura de' Rotti, e della loro origine.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \cdot & \frac{5}{8} \\ 24 & \cdot & 20 \\ \hline & 32 & \end{array}$$

poi si moltiplicherà il numeratore 3 della prima frazione per lo denominatore 8 dell' altra, e si scriverà il prodotto 24 sotto la frazione $\frac{3}{4}$: indi si moltiplicherà il numeratore 5 della frazione $\frac{5}{8}$ per lo denominatore 4 della prima $\frac{3}{4}$, ed il prodotto 20 si noterà sotto l' istessa frazione $\frac{5}{8}$; in fine si moltiplicheranno li due denominatori 4, ed 8, ed il prodotto 32 si noterà per denominatore comune sotto li due numeratori 24, e 20; di modo che la frazione eguale a $\frac{3}{4}$ avrà 24 per numeratore, e 32 per denominatore; è la frazione eguale a $\frac{5}{8}$ avrà 20 per numeratore, e 32 per denominatore; e di fatto ridotte queste due ultime frazioni a minimi termini * si vedranno

* num. 120.

 uscir

Della natura de' Rotti, e della loro origine.

uscir fuori le due proposte frazioni $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{8}$.

CXXIV.

Nel caso, che si debbano ridurre all' istessa denominazione più di due frazioni, allora bisognerà tenere quest' altra regola. *Si moltiplicherà il numeratore di ciascuna frazione per li denominatori di tutte le altre frazioni successivamente, e li prodotti si serbaranno per numeratori delle frazioni nuove, che si cercano; alle quali si sottoscriverà per denominatore comune ciocchè nasce moltiplicando insieme li denominatori di tutte le frazioni.* Come per esempio se le frazioni date sono queste quattro $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$; si noteranno l'una accanto all'altra, come vedesi quì sotto.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5}{6}$$

$$\frac{240 \;.\; 270 \;.\; 288 \;.\; 300}{360}$$

si moltiplicherà il numeratore 2 della prima frazione $\frac{2}{3}$ per li denominatori

4, 5,

4, e 5, e 6 delle altre; cioè prima per 4, e poi il prodotto 8 per 5, e finalmente il prodotto 40 per 6, ed il prodotto 240 si noterà sotto l'istessa prima frazione $\frac{2}{3}$. Poi si moltiplicherà nell'istesso modo il numeratore 3 della seconda frazione $\frac{3}{4}$ per li denominatori 3, 5, e 6 delle altre, ed il prodotto 270 si noterà sotto la medesima seconda frazione $\frac{3}{4}$. In terzo luogo si moltiplicherà il numeratore 4 della terza frazione $\frac{4}{5}$ per li denominatori 3, 4, e 6 delle altre, ed il prodotto 288 si noterà sotto la terza frazione $\frac{4}{5}$. Finalmente si moltiplicherà il numeratore 5 della quarta frazione $\frac{5}{6}$ per li denominatori 3, 4, e 5 delle altre, ed il prodotto 300 si scriverà sotto la frazione $\frac{5}{6}$; e questi saranno li numeratori delle frazioni, che si cercano. Per aver poi il denominatore comune, si moltiplicheranno insieme tutti li denominatori, 3, 4, 5, e 6, il prodotto de'quali è 360. E perciò la prima frazione avrà 240 per numeratore, e 360 per denominatore. La seconda avrà 270 per numeratore, e l'istesso 360 Della natura de' Rotti, e della loro origine.

 per

Del Sommare. per denominatore. La terza avrà 288 per numeratore, e similmente 360 per denominatore; E finalmente la quarta avrà 300 per numeratore, e 360 nacora, per denominatore: e saranno queste quattro frazioni eguali alle date $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$: siccome si scorgerà dal ridurle a minimi termini.

CAPO SECONDO.

Del Sommare.

CXXV.

NEl sommare de'rotti fa duopo distinguere due casi. Il primo caso è, quando li rotti, che si devono sommare, sono tutti della medesima denominazion; vale a dire tutti anno l' istesso numero per denominatore. L' *altro* caso è quando li rotti, che si devono sommare, non sono dell' istessa denominazione; vale a dire non anno il medesimo denominatore, ma chi ne ha uno, e chi un altro.

Essa-

Del Sommare.

Esame del primo Caso.

CXXVI.

NEl primo caso *fa duopo sommare insieme tutti li numeratori, alla somma de' quali si soscriverà il denominatore comune, e la frazione, che quindi risulta, sarà la somma di tutte le frazioni, proposte*. Ma si vuol avvertire, doversi nella suddetta somma praticare alcune riduzioni spiegate nel *Capo antecedente*: cioè se ella è più di un tutto, bisogna tirarne * fuori gl' intieri, che contiene: dopo la frazione, che resta se pure ne resta alcuna, si vuol ridurre * a minimi termini; siccome si vedrà negli esempj, che sieguono.

* num. 114
* num. 120

CXXVII.

Sia dunque proposto a sommare insieme le frazioni seguenti $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{1}{9}$, le quali anno tutto il numero 9 per denominatore. Si sommino tutti li numeratori 1, 3, 8, 7, 4, 6, ed 1, ed alla somma 30 si soscriva il denominetore comune 9; e la

Del Sommare. frazione *trenta nove*, che quindi risulta, sarà la somma delle frazioni proposte. Ma poichè questa somma è un rotto maggiore * del tutto, per essere il numeratore 30 maggiore del denominatore 9, se ne tireranno in primo luogo gl'intieri che sono 3, e la frazione $\frac{3}{9}$, che rimane, si ridurrà a minimi termini, e si ritroverà ridotta ad $\frac{1}{3}$: onde si conchiuderà che $3\frac{1}{3}$ sia la somma delle sette frazioni proposte.

* num. 109

CXXVIII.

Così similmente se si debbono sommare dieci frazioni, le quali anno rispettivamente per numeratori li seguenti dieci numeri 9, 11, 44, 83, 64, 73, 81, 96, 54, e 35, e per denominatore comune 100: si uniranno insieme li numeratori, ed alla somma 550 si soscriverà il denominatore comune 100, e la frazione, che quindi risulta *cinquecento cinquanta centesime* sarà la somma delle diece frazioni proposte la qual somma si ridurrà a $5\frac{1}{2}$.

Esa-

Del Sommare.

Esame dell' altro Caso.

CXXIX.

Nell' altro caso, nel quale le frazioni, che si devono sommare non anno un istesso denominatore, *fa d' uopo prima d' ogni altro ridurre le frazioni date * all'istessa denominazione, secondo la regola spiegata nel Capo antecedente: fatto ciò si uniranno tutti li numeratori, ed alla somma si soscriverà il denominatore comune, e la frazione, che quindi risulta, sarà la somma di tutte le frazioni proposte*. Dove si vuol parimente avere a memoria di tirar fuori da questa somma primieramente gl' intieri, se pur ce ne sono, e poi ridurre l'avanzo a minimi termini, siccome si vedrà negli esempj, che sieguono.

* num. 23. c. 124.

CXXX.

Sia dunque proposto a sommare le tre frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, e $\frac{3}{4}$, che anno diversi denominatori. Si riducano esse prima a tre altre frazioni, che abbiano il medesimo denominatore: e queste ri-

Del Sommare. ridotte avranno rispettivamente per numeratori 18, 24, e 12, e 36 per denominatore comune. Poi si sommeranno li suddetti numeratori, ed alla somma 54 si soscriverà il denominatore comune 36, e la frazione *cinquantaquattro trentaseesime*, che quindi risulta, sarà la somma delle tre frazioni, proposte $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, e $\frac{2}{6}$. E perchè questa somma si riduce ad $1\frac{1}{2}$, si dirà, che $1\frac{1}{2}$ sia propriamente la suddetta somma.

CXXXI.

Così similmente dovendosi sommare le due seguenti frazioni $\frac{5}{7}$ e $\frac{4}{9}$, che anno diversi denominatori, si ridurrano prima di ogni altro all'istessa denominazione, e le ridotte avranno 45, e 28 per numeratori, e per denominatore comune il numero 63. Poi alla somma de' numeratori 73 si soscriverà il denominatore comune 63, e la frazione, che quindi risulta, la quale si riduce ad *uno* intiero, e *diece sessantatreesime*, che è una frazione irreduttibile, sarà la somma delle due frazioni proposte.

CXXXII.

Del Sommare.

Dovendosi sommare intieri, e rotti, si sommeranno prima li rotti, e poi gl'intieri: siccome si può vedere ne' due soscritti esempj, nel primo de'quali i rotti annessi agl'intieri sono dell' istessa denominazione, a nell'altro sono di denominazione diversa.

$3643\frac{1}{8}$	$4531\frac{2}{3}$
$2785\frac{3}{8}$	$6348\frac{3}{9}$
$4783\frac{5}{8}$	$2543\frac{3}{4}$
$5678\frac{6}{8}$	$6385\frac{4}{2}$
$16890\frac{7}{8}$	$19809\frac{1}{4}$

CAPO TERZO.

Del Sottrarre.

CXXXIII.

NEl sottrarre de'rotti fa duopo similmente distinguere due casi. Il *primo* caso è, quando li due rotti, ne' quali la sottrazione è proposta, sono della medesima denominazione; vale a dire entrambi anno l'istesso denominatore. *L'altro* caso è, quando li due rotti

Del Sommare. rotti non sono dell'istessa denominazione; vale a dire non hanno il medesimo denominatore; ma chi ha un denominatore, e chi ne ha un' altro.

Esame del primo Caso.

CXXXIV.

NEl primo caso *si sottrarrà il numeratore minore dal maggiore, ed all'avanzo si soscriverà il denominatore comune; e la frazione, che quindi risulta, sarà l'avanzo della sottrazione proposta.* Ma si vuol qui avvertire; doversi il suddetto avanzo ridurre a minimi termini, se mai sia possibile, secondo la regola accennata * nel *Capo primo di questa seconda Sezione.*

* num. 120.

CXXXV.

Così per esempio dovendosi sottrarre il rotto $\frac{5}{9}$ dal rotto $\frac{8}{9}$, li quali due rotti hanno il medesimo denominatore 9, si sottrarrà il numeratore minore 5 dal numeratore maggiore 8, ed all'avanzo 3 si soscriverà il denominatore comune 9: e la frazione $\frac{3}{9}$, che quindi risulta, la quale si riduce ad $\frac{1}{3}$, sarà l'avan-

l'avanzo della sottrazione di $\frac{5}{9}$ da $\frac{8}{9}$. *Del Sommare.*

CXXXVI.

Così ancora dovendosi sottrarre il rotto, che ha 33 per numeratore, e 100 per denominatore dal rotto, che ha 58 per numeratore, e 100 ancora per denominatore, si sottrarrà il numeratore minore 33 del maggiore 58, ed all'avanzo 25 si soscriverà il suddetto denominatore 100: e la frazione, che quindi risulta, la quale ridotta a minimi termini si cangia in un $\frac{1}{4}$, sarà l'avanzo della sottrazione.

CXXXVII.

Potrebbero i rotti stare annessi agl'intieri; ed allora può decorrere, che da un rotto minore si debba sottrarre un rotto maggiore, come accade in questo esempio,

$$\begin{array}{r} 6832\frac{2}{4} \\ 1583\frac{3}{4} \\ \hline 5248\frac{3}{4} \end{array}$$

nel quale si propone a sottrarre il numero 1583 $\frac{3}{4}$ da 6832 $\frac{2}{4}$. Non potendosi dunque sottrarre $\frac{3}{4}$ da $\frac{2}{4}$, si piglierà un intiero dalla figura 2, e si ri-

*num.103. si ridurrà * a $\frac{4}{4}$, li quali si uniranno col rotto $\frac{2}{4}$; e poi si sottrarrà $\frac{3}{4}$ da $\frac{6}{4}$, e l'avanzo $\frac{3}{4}$ si scriverà sotto li rotti; dopo si farà la sottrazione degl'intieri, e si trovera, che l'avanzo di tutta la sottrazione sia 5248 $\frac{3}{4}$.

Del Sottrarre.

Esame dell'altro Caso.

CXXXVIII.

NEll'altro caso, nel quale le frazioni, che si devono sottrarre, non anno un istesso denominatore, *fa duopo prima di ogni altro ridurre le due frazioni date all'istessa denominazione, secondo la regola * spiegata nel Capo primo. Fatto ciò si sottrarrà il numeratore minore del maggiore, ed all'avanzo si soscriverà il denominatore comune, e la frazione, che quindi risulta, sarà l'avanzo della sottrazione proposta*. Dove si deve ancora avvertire, doversi ridurre il suddetto avanzo * a minimi termini, se mai il bisogno il richiede.

*num.123.

*num.120.

CXXXIX.

Così per esempio dovendosi sottrarre il rotto $\frac{2}{3}$ dal rotto $\frac{3}{4}$, siccome questi

ſti rotti non anno un iſteſſo denominatore, ſi ridurranno prima di ogni altro alla medeſima denominazione, e le ridotte avranno riſpettivamente per numeratore 8, e 9, e per denominatore comune 12. Poi dal numeratore maggiore 9 ſi ſottrarrà il minore 8, ed all' avanzo 1 ſi ſoſcriverà il comune denominatore 12, e la frazione *una duodecima*, che quindi riſulta, la quale è irreduttibile, ſarà l' avanzo della ſottrazione. Del Sottrarre.

CXL.

Così ancora dovendoſi ſottrarre il rotto $\frac{3}{5}$ dal rotto $\frac{7}{8}$, ſiccome eſſi non anno un iſteſſo denominatore, ſi ridurranno prima di ogni altro alla medeſima denominazione, e le frazioni ridotte avranno reſpettivamente per numeratori 24, e 35, e per denominatore comune 40. Poi dal numeratore maggiore 35, ſi ſottrarrà il minore 24, ed all' avanzo 11 ſi ſoſcriverà il comune denominatore 40, ed il rotto, che quindi riſulta $\frac{11}{40}$, il quale è irreduttibi-

le

Del Sottrarre. le, sarà l'avanzo della sottrazione di $\frac{3}{5}$ da $\frac{7}{8}$.

CXLI.

Potrebbero li rotti stare annessi agl' intieri, ed allora può accadere, che da un rotto minore si debba sottrarre un rotto maggiore; siccome si vede nell' esempio seguente,

$$\begin{array}{r} 9486\frac{1}{6} \\ 4457\frac{2}{3} \\ \hline 5028\frac{1}{2} \end{array}$$

nel quale si propone a sottrarre il numero 4457 $\frac{2}{3}$ dal numero 9480 $\frac{1}{5}$; e perchè dal rotto $\frac{1}{6}$ non può sottrarsi il rotto $\frac{2}{3}$, per essere questo maggiore di quello, si prenderà un intiero dal numero 6, che precede al rotto $\frac{1}{6}$, e si aggiugnerà al suddetto rotto: Ciò fatto dalla somma $\frac{7}{6}$ si sottrarrà il rotto $\frac{2}{3}$, e si noterà l'avanzo $\frac{1}{2}$ nel luogo de' rotti. Dopo si sottrarranno gl' intieri, e si troverà, che l'avanzo della sottrazione sia 5028 $\frac{1}{2}$.

CA-

CAPO QUARTO.

Del Moltiplicare.

Del Moltiplicare.

CXLII.

NEl moltiplicare de' rotti ſa duopo diſtinguere più caſi. Il *primo* caſo è, quando ſi vuol moltiplicare un rotto per un altro rotto; come per eſempio $\frac{2}{5}$ per $\frac{1}{4}$; ovvero $\frac{4}{5}$ per $\frac{4}{7}$. Il *ſecondo* caſo, è quando ſi vuol moltiplicare un intiero per un rotto; come per eſempio 8 per $\frac{3}{5}$, ovvero 3346 per $\frac{1}{4}$. Il *terzo* caſo è, quando ſi vuol moltiplicare un intiero unito con un rotto per un rotto; come per eſempio $7\,\frac{2}{5}$ per $\frac{4}{5}$; ovvero $3564\,\frac{2}{5}$ per $\frac{7}{8}$. Il *quarto* caſo è, quando ſi deve moltiplicare un intiero unito ad un rotto per un intiero; come $9\,\frac{2}{5}$ per 4, ovvero $9632\,\frac{2}{4}$ per 45. E finalmente l' *ultimo* caſo è, quando ſi deve moltiplicare un intiero unito ad un rotto per un intiero unito ſimilmente ad un rotto; come per eſempio $9\,\frac{2}{3}$ per $3\,\frac{4}{5}$. ovvero $6565\,\frac{2}{5}$ per $24\,\frac{2}{7}$.

Del Moltiplicare.

Esame del primo Caso.

CXLIII.

NEl primo caso, in cui si deve moltiplicare un rotto per un rotto, *fa duopo moltiplicare li numeratori fra di loro, e li denominatori eziandio fra di loro, e da' prodotti, che nascono da coteste moltiplicazioni, comporne una frazione, la quale sarà il prodotto delle due frazioni proposte*. Per esempio dovendosi moltiplicare $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$, si moltiplicherà il numeratore 1 della prima frazione $\frac{1}{2}$ per lo numeratore 3 dell'altra frazione $\frac{3}{4}$, ed il denominatore 2 dell'istessa prima frazione $\frac{1}{2}$ per lo denominatore 4 della frazione $\frac{3}{4}$, e da' prodotti 3, ed 8 si comporrà la frazione $\frac{3}{8}$, la quale sarà il prodotto di $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$.

CXLIV.

Similmente dovendosi moltiplicare $\frac{7}{8}$ per $\frac{5}{9}$, si moltiplicheranno li numeratori 7, e 5 delle due frazioni proposte, ed dal prodotto 35 si soscriverà quel prodotto, che nasce moltiplicando in sieme

sieme li denominatori 8, e 9 dell' istesse due frazioni, il qual prodotto è 72; e la frazione $\frac{35}{72}$, la quale è irreduttibile, sarà il prodotto delle due frazioni $\frac{7}{8}$, e $\frac{5}{9}$. Finalmente dovendosi moltiplicare $\frac{5}{20}$ per $\frac{4}{12}$ il prodotto sarà $\frac{20}{60}$, ovvero $\frac{1}{3}$: imperciocchè li due numeratori moltiplicati insieme producono 20, e li due denominatori moltiplicati parimente insieme producono 60; soscrivendo dunque il secondo prodotto 60 al primo 20 nascerà una frazione, la quale ridotta * a minimi termini da $\frac{1}{3}$.

Del Moltiplicare.

* num. 120.

Esame del secondo Caso.

CXLV.

NEl secondo caso, in cui si propone a moltiplicare un intiero per un rotto, *fa duopo in primo luogo soscrivere al numero intiero l'unità, acciocchè*

Del Moltiplicare. *cioccbè egli in tal modo conseguisca la forma di rotto, nel quale l'istesso numero intiero farà ufficio di numeratore, e l'unità farà ufficio di denominatore. Poi si moltiplicheranno così li due numeratori, come li due denominatori fra di loro, e la frazione, che risulta da' prodotti, sarà il prodotto ricercato del numero intiero per lo rotto.* Dove è da avvertirsi, doversi dal prodotto prima tirare gl'intieri, se pur ce ne sono, e l'avanzo doversi ridurre a minimi termini, secondo le regole spiegate nel *Capo primo di questa Sezione seconda*.

CXLVI.

Così per esempio dovendosi moltiplicare il numero intiero 3 per $\frac{2}{4}$, si soscriverà all'intiero 3 l'unità, accioсchè egli prenda questa forma di fratto $\frac{3}{1}$, nella qual frazione, il 3 fa ufficio di numeratore, e l'unità fa ufficio di denominatore. In tal modo sa-
*num. 143. rà ridotta la cosa a moltiplicare * il fratto $\frac{3}{1}$ per lo fratto $\frac{2}{3}$; e per conseguenza soscrivendo il prodotto 4 de' denominatori al prodotto 6 de' numeratori, la fra-

frazione $\frac{6}{4}$, che quindi risulta, la quale si riduce a 1 $\frac{1}{2}$, sarà il prodotto di 3 per $\frac{2}{4}$. Del Moltiplicare.

CXLVII.

Similmente dovendosi moltiplicare il numero intiero 4, per lo rotto $\frac{2}{3}$, si soscriverà 1 all' intiero 4 per ridurre la moltiplicazione al primo caso, in cui si proponeva a moltiplicare un rotto per un' altro rotto. E perchè il prodotto de' numeratori è 8, ed il prodotto de' denominatori è 3, ne siegue che $\frac{8}{3}$; ovvero 2 $\frac{2}{3}$, sia il prodotto della moltiplicazione di 4 per $\frac{2}{3}$.

CXLVIII.

In oltre dovendosi moltiplicare il numero intiero 25463 per lo rotto $\frac{4}{5}$, dopo aver soscritto 1 al numero intiero 25463, si moltiplicherà il numeratore 25463 per lo numeratore 4, ed al prodotto 101852 si soscriverà ciocchè nasce moltiplicando 1 per 5, cioè 5, e la frazione, che quindi risulta, la quale si riduce 20370 $\frac{2}{5}$ sarà il prodotto di 25463 per $\frac{4}{5}$.

CXLIX.

Quando il numero intiero è più grande

Del Moltiplicare.

de del denominatore del rotto, fuole farfi comunemente la moltiplicazione in queft'altra maniera. Cioè *fi divide il numero intiero per lo denominatore del rotto, e fi tiene conto così del quoziente, come dell'avanzo. Poi fi moltiplica il quoziente per lo numeratore del rotto, e ciocchè fi produce dalla moltiplicazione è una parte del prodotto. Finalmente fi moltiplica l'avanzo per lo numeratore dell'ifteffo rotto, ed al prodotto fi fcrive il denominatore del rotto ifteffo, o la frazione che quindi rifulta,* (dalla quale fi devono tirare gl'intieri, fe pur ce ne fono; e quel che rimane fi deve ridurre a minimi termini) *farà l'altra parte del prodotto. E per confeguenza le due parti unite infieme compongono il prodotto totale.*

CL.

Così dovendofi moltiplicare 9 per $\frac{3}{4}$, nella quale moltiplicazione l'intiero 9 è maggiore del denominatore 4 del rotto $\frac{3}{4}$; fi dividerà il fuddetto numero intiero 9 per l'accennato denominatore 4, ed il quoziente della divifione farà 2, e l'avanzo farà 1. Poi fi moltipli-

tiplicherà il quoziente 2 per lo numeratore 3 del rotto, ed il numero 6, che nasce dalla moltiplicazione, sarà una parte del prodotto. Finalmente si moltiplicherà l'avanzo 1 per lo numeratore 3 del rotto $\frac{3}{4}$, ed al prodotto 3 si soscriverà il denominatore 4; ed il rotto $\frac{3}{4}$, che quindi risulta, sarà l' altra parte del prodotto; sicchè tutto il prodotto sarà 6 $\frac{3}{4}$. E di fatto se si moltiplica secondo * la prima maniera 9 per $\frac{3}{4}$, si ritrova l' istesso prodotto 6 $\frac{3}{4}$.

Del Moltiplicare.

*num. 145.

CLI.

Così ancora essendo proposto a moltiplicare il numero 28 per $\frac{4}{5}$, si dividerà il 28 per lo denominatore 5, e si noterà così il quoziente 5; come l' avanzo 3. Poi si moltiplicherà il quoziente 5 per lo numeratore 4, ed il numero 20, che risulta dalla moltiplicazione, sarà una parte del prodotto. Finalmente si moltiplicherà l' avanzo 3 per lo numeratore 4, e si soscriverà al prodotto il denominatore 5, e la frazione *dodici quinte*, che si riduce a 2 $\frac{2}{5}$ sarà l' altra parte del prodotto

Del Moltiplicare. e perciò tutto il prodotto sarà 22 $\frac{2}{5}$.

CLII.

Similmente dovendosi moltiplicare il numero 40 per $\frac{5}{8}$, si dividerà il 40 per lo denominatore 8, e si noterà il solo quoziente 5, poichè da questa divisione non avanza cosa alcuna; e per conseguente il prodotto di questa moltiplicazione non avrà altro che una parte, la quale si trova moltiplicando il quoziente 5 per lo numeratore 5 del rotto $\frac{5}{8}$; e siccome da questa moltiplicazione si produce il numero 25, ne siegue, che moltiplicando 40 per $\frac{5}{8}$, il prodotto sia 25. E di fatto se si moltiplica secondo la prima maniera, 40 per $\frac{5}{8}$, si trova l'istesso prodotto 25.

CLIII.

Se il numero intiero è molto composto, l'operazione si farà a poco a poco. Come dovendosi moltiplicare il numero 3566324 per $\frac{3}{4}$, si metterà il rotto sotto l'intiero, siccome vedesi qui dietro.

Del Moltiplicare.

3566324
$\frac{3}{4}$

24
2735
1243

2674743

ciò fatto si divideranno primieramente le due prime figure 35 del numero intiero per lo denominatore 4 della frazione $\frac{3}{4}$, e perchè il quoziente è 8, e l'avanzo e 3, si moltiplicherà il quoziente 8 per lo numeratore 3 della suddetta frazione, ed il prodotto 24 si scriverà sotto alle suddette due figure 35 del numero intiero. In secondo luogo si unirà l'avanzo 3 colla terza figura 6 del dividendo, avendo però ragione * del valor locale, ed il numero 36, che quindi risulta, si dividerà pure per lo denominatore 4, ed il quoziente 9 si moltiplicherà per lo numeratore 3, ed il prodotto 27 si noterà sotto la seconda, e terza figura dell' intiero; imperciocchè il dividendo 36 appartiene à queste due figure. In terzo

*num. 6.

Del Moltiplicare. zo luogo si dividerà la quarta figura 6 per lo denominatore 4, ed il quoziente 1 si moltiplicherà per lo numeratore 3, ed il prodotto 3 si noterà sotto la suddetta quarta figura 6; e perchè l'avanzo della divisione è 2, si unirà in quarto luogo questo avanzo colla quinta figura 3 dell'intiero, ed il numero 23, che quindi risulta si dividerà pure per 4, ed il quoziente 5 si moltiplicherà per lo numeratore 3, ed il prodotto si noterà sotto la quarta, e quinta figura dell'intiero; imperciocchè il dividendo 23 appartiene a queste due figure. E siccome l'avanzo di questa divisione è 3, si unirà in quinto luogo quest'avanzo colla sesta figura 2, ed il numero 32, che quindi risulta si dividerà pure per 4, e si moltiplicherà il quoziente 8 per 3, ed il prodotto 24 si noterà sotto la quinta, e sesta figura. Finalmente si dividerà l'ultima figura 4 del numero intiero per lo denominatore 4, ed il quoziente 1 si moltiplicherà pure per 3, ed il prodotto 3 si scriverà sotto la suddetta ultima figura; di modo

do che tutto il prodotto di 3566324 per $\frac{3}{4}$ farà 2674743. *Del Moltiplicare.*

CLIV.

Similmente dovendosi moltiplicare 24160038 per $\frac{3}{8}$ il prodotto farà 9060014 $\frac{1}{4}$, siccome è posto quì sotto; ed ecco come

$$\begin{array}{r} 24160038 \\ \frac{3}{8} \\ \hline 9060012 \\ 2\frac{2}{8} \\ \hline 9060014\frac{1}{4} \end{array}$$

Primieramente dividendo le due prime figure 24 del numero intiero per lo denominatore 8, si avrà il quoziente 3, il quale moltiplicato per lo numeratore 3 rende il prodotto 9, che si deve notare sotto la seconda figura del numero intiero. In secondo luogo dividendo le due seguenti figure 16 del numero intiero per 8, il quoziente è 2, il quale moltiplicato per 3 rende 6, che si deve scrivere sotto la quarta figura 6, e nel luogo voto sotto la terza figura 1 si deve mettere un

zero.

Del Moltiplicare. zero. Finalmente dividendo le due ultime figure 38 per 8 il quoziente è 4, il quale moltiplicato per 3 rende il prodotto 12, che si deve notare sotto le suddette due ultime figure 38, e ne' due luoghi voti sotto la quinta, e sesta figura si devono mettere due zeri; e perchè l'avanzo dell'ultima divisione è 6, che moltiplicato per il numeratore 3 da 18, a cui sottoscritto il denominatore 8, si ottiene la frazione *diciotto ottavi*, che è $2\frac{1}{4}$; ne siegue che tutto il prodotto sia quell'istesso, che è stato quì sopra accennato.

Esame del terzo Caso.

CLV.

NEl terzo caso, nel quale si propone a moltiplicare un intiero per un intiero, ed un rotto, *fa duopo primieramente moltiplicare l'intiero per l'intiero, e poi l'intiero per lo rotto, secondo le regole già dimostrate, usando tutta la maggior cautela nel situare il prodotto della moltiplicazione dell'intiero per lo rotto sotto il prodotto del-*

della moltiplicazione dell' intiero per l' intiero. Ciò fatto la somma, che quindi risulta, sarà il prodotto della moltiplicazione ricercato. Del Moltiplicare.

CLVI.

Come per esempio dovendosi moltiplicare il numero 256318 per 25 $\frac{3}{4}$, situato il secondo numero sotto il primo; siccome vedesi quì sotto.

256318
25$\frac{3}{4}$
1281590
512636
182217
1 21$\frac{2}{4}$
6600188$\frac{1}{2}$

si moltiplicherà prima il numero intiero 1025631 8 per lo numero intiero 25, e si scriverà il prodotto, il quale è composto da due parti, sotto li due suddetti numeri; Indi si moltiplicherà l' istesso numero 256318 per lo rotto $\frac{3}{4}$, e si scriverà il prodotto più sotto, incominciando dal sesto luogo; cioè si dirà il deno-

Del Moltiplicare. nominatore 4 entra nel 25, che sono le due prime figure dell'intiero, 6 volte, ed avanza 1: si moltiplicherà dunque il 6 per lo numeratore 3, ed il prodotto 18 si scriverà sotto il suddetto 25, vale a dire nel sesto, e quinto luogo: E perchè l'avanzo 1 unito colla figura seguente 6 compone il numero 16, si vedrà quante volte il denominatore 4 entra nell' istesso 16, ed il quoziente 4 si moltiplicherà per lo numeratore 3 del rotto $\frac{3}{4}$, e si noterà il prodotto 12 nel quinto, e quarto luogo. In tal modo tirando l'operazione innanzi ritroverassi, che il prodotto della moltiplicazione di 256318 per 25 $\frac{3}{4}$ sia il numero 6600188 $\frac{1}{2}$.

CLVII.

Similmente dovendosi moltiplicare il numero intiero 2563832 per 8 $\frac{6}{7}$ si ritroverà, che il prodotto sia 22708226 $\frac{2}{7}$; siccome si può osservare quì sotto.

Del Moltiplicare.

$$\begin{array}{r} 2563832 \\ 8\frac{6}{7} \\ \hline 20510656\frac{2}{7} \\ 1836366 \\ 3612\ 4 \\ \hline 22708226\frac{2}{7} \end{array}$$

Esame del quarto Caso.

CLVIII.

NEl quarto caso, nel quale si propone a moltiplicare un'intiero ed un rotto per un rotto; *fa duopo primieramente moltiplicare l'intiero per lo rotto, e poi il rotto per lo rotto, secondo le regole * già dimostrate. Ciò fatto la somma d'entrambi i prodotti sarà il prodotto totale dell'intiero, e del rotto per lo rotto.* * num. 149. e 143.

CLIX.

Come per esempio dovendosi moltiplicare 456243 $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$, situato il secondo numero sotto il primo, siccome ve-

Del Moltiplicare. vedesi quì sotto,

$$\begin{array}{r} 456243\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \\ \hline 33\quad \frac{1}{4} \\ 12183\frac{3}{8} \\ \hline 342182\frac{5}{8} \end{array}$$

si moltiplicherà in primo luogo il numero intiero 456243 per lo rotto $\frac{3}{4}$; ciocchè si farà dividendo il suddetto intiero per lo denominatore 4, e moltiplicando il quoziente per lo numeratore 3. Indi si passerà a moltiplicare il rotto $\frac{1}{2}$ per lo stesso rotto $\frac{3}{4}$ ed il prodotto $\frac{3}{8}$ si unirà col prodotto nato dal moltiplicare l'intiero 456243 per $\frac{3}{4}$. Sicchè troverassi, che il prodotto totale sia $342182\frac{5}{8}$.

CLX.

Così parimente dovendosi moltiplicare il numero intiero e rotto 863253 $\frac{2}{4}$ per lo rotto $\frac{1}{2}$ si troverà, che il prodotto sia 431626 $\frac{5}{8}$, siccome può osservarsi quì sotto

Del Moltiplicare.

$$863253\frac{2}{3}$$
$$\frac{1}{2}$$

$$431626\frac{1}{2}$$
$$\frac{2}{6}$$

$$431626\frac{5}{8}$$

Esame dell' ultimo Caso.

CLXI.

NEll' ultimo caso, in cui si propone a moltiplicare un' intiero ed un rotto per un' intiero ed un rotto, la qual moltiplicazione è la più composta di tutte le altre dell' istesso genere; *fa duopo dividere la moltiplicazione in quattro parti; e primieramente bisogna moltiplicare un' intiero per l' altro; e poi l' istesso intiero * per lo rotto dell' altro: in terzo luogo si moltiplicherà l' altro intiero per lo rotto del primo; e finalmente si moltiplicherà il rotto * per lo rotto.* Ma si vuol procurare di registrare bene, ed ordinatamente ciascun prodotto sotto dell' altro. Fatto tutto questo la somma de' quattro prodotti

*num. 149.

*num. 143.

Del Moltiplicare. dotti sarà il prodotto ricercato della moltiplicazione dell' intiero e rotto per l' intiero e rotto.

CLXII.

Come per esempio dovendosi moltiplicare il numero 4562 $\frac{2}{3}$ per 56 $\frac{3}{4}$, situato il secondo numero sotto del primo, siccome vedesi quì sotto,

$$
\begin{array}{r}
4562\frac{2}{3} \\
56\frac{3}{4} \\
\hline
27372\frac{2}{4} \\
22810 \\
33\ \frac{1}{3} \\
121 \\
21\ \frac{6}{12} \\
16 \\
\hline
258931\frac{1}{3}
\end{array}
$$

si moltiplicherà primieramente l' intiero 4562 per l' intiero 56; poi si moltiplicherà l' istesso intiero 4562 per lo rotto $\frac{3}{4}$ dell'altro numero intiero, ed il prodotto si registrerà più sotto, incominciando dal quarto luogo: poichè il sudetto intiero contiene quattro caratteri. Dopo si moltiplicherà l'altro in-

intiero 56 per lo rotto $\frac{2}{5}$ del primo, e si registrerà più sotto il prodotto, scrivendolo nel primo, e secondo luogo, perchè il sudetto intiero contiene due sole figure. Finalmente si moltiplicherà il rotto $\frac{2}{3}$ per lo rotto $\frac{3}{4}$, ed il prodotto *sei duodecime* si metterà nel luogo delle frazioni. Del Moltiplicare.

CLXIII.

Fatto tutto questo si passerà a sommare i suddetti quattro prodotti, incominciando da' rotti, li quali in questo esempio sono tre. Questi essendo di diversa denominazione, per sommarli insieme si dovrebbero ridurre all' istessa denominazione. Tuttavia senza ridurre tutti tre, basterà ridurre i due primi, che sono $\frac{2}{4}$, ed $\frac{1}{3}$; poichè essi ridotti avranno per necessità la denominazione del terzo. Di fatto ridotte le due frazioni $\frac{2}{4}$, ed $\frac{1}{3}$ all' istesso denominatore, si avranno queste due altre $\frac{6}{12}$, e $\frac{4}{12}$, le quali unite colla terza frazione, che ha l' istesso denominatore 12, hanno un tutto ed $\frac{1}{3}$. Poi

 si som-

Del Moltiplicare.

si sommerano gl' intieri, e si troverà che il prodotto della moltiplicazione sia $258931 \frac{2}{3}$.

CLXIV.

Similmente dovendosi moltiplicare il numero $38635 \frac{2}{3}$ per lo numero $33 \frac{3}{5}$, si troverà, che il prodotto sia $1298158 \frac{2}{5}$, siccome vedesi quì sotto.

$$\begin{array}{r} 38635\frac{2}{3} \\ 33\frac{3}{5} \\ \hline 115905 \\ 115905\ \frac{6}{15} \\ 21021 \\ 216 \\ 22 \\ \hline 1298158\frac{2}{5} \end{array}$$

CLXV.

Finalmente dovendosi moltiplicare il numero $3566\frac{2}{3}$ per $14 \frac{1}{2}$, si troverà, che il prodotto sia $51716 \frac{2}{3}$, siccome vedesi quì sotto:

Del Partir

$3566\frac{2}{3}$
$14\frac{1}{2}$

$14264\frac{1}{3}$
35661
$1783\frac{2}{6}$
8

$51716\frac{2}{3}$

CAPO QUINTO.

Del Partire.

CLXVI.

NEl partire de' rotti fa duopo distinguere più casi. Il *primo* caso è, quando si vuol dividere un rotto per un altro rotto; per esempio $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$, ovvero $\frac{3}{4}$ per $\frac{6}{7}$. Il *secondo* caso è, quando si vuol partire un intiero per un rotto; come Per esempio 8 per $\frac{3}{5}$, ovvero 3456 per $\frac{2}{3}$. Il *terzo* caso è, quando *viceversa* si vuol partire un rotto per un'intiero; come $\frac{3}{4}$ per 8, ovvero $\frac{4}{5}$ per 232. Il *quarto* caso è, quando si vuol partire un'in-

Del Partire. tiero unito con un rotto per un rotto; come per esempio $7\frac{2}{5}$ per $\frac{4}{5}$; ovvero $234\frac{3}{4}$ per $\frac{1}{2}$, Il *quinto* caso è, quando *viceversa* si vuol partire un rotto per un'intiero unito con rotto; come $\frac{2}{3}$ per $4\frac{3}{4}$, ovvero $\frac{2}{5}$ per $138\frac{2}{3}$ Il *sesto* caso è, quando si vuol partire un' intiero unito con un rotto per un'intiero; come $17\frac{2}{6}$ per 8. Il *settimo* caso è, quando *viceversa* si vuol partire un' intiero per un'intiero accoppiato con un rotto: come 36 per $4\frac{2}{6}$. E finalmente l'*ultimo* caso è, quando si vuol partire un'intiero accoppiato con un rotto per un'intiero unito similmente con un rotto; come per esempio $9\frac{2}{3}$ per $3\frac{4}{5}$, ovvero $6564\frac{3}{4}$ per $25\frac{4}{7}$.

Esame del primo Caso.

CLXVII.

NEl primo caso, in cui si deve partire un rotto per un rotto *fa duopo moltiplicare il numerato e del dividendo per lo denominatore del divisore ed il numeratore del divisore per lo denominatore del dividendo, e da' prodotti, che na-*

nascono da coteste moltiplicazioni comporne una frazione, la quale sarà il quoziente delle due frazioni proposte. Del Partire.
Per esempio dovendosi partirè $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$, si moltiplicherà il numeratore 1 della frazione $\frac{1}{2}$, la quale fa ufficio di dividendo, per lo denominatore 4 dell' altra frazione $\frac{3}{4}$, che fa ufficio di divisore, e poi si moltiplicherà il numeratore 3 della seconda frazione per lo denominatore 2 della prima; e da' prodotti 4, e 6 si comporrà la frazione $\frac{4}{6}$, ovvero $\frac{2}{3}$, la quale sarà il quoziente della divisione di $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$.

CLXVIII.

Similmente dovendosi partire il rotto $\frac{4}{5}$ per lo rotto $\frac{1}{2}$ si moltiplicherà il numeratore 4 del primo rotto per lo denominatore 2 dell' altro rotto, ed il numeratore 1 dell' istesso secondo rotto per lo denominatore 5 del primo rotto, e da' prodotti 8, e 5 si comporrà la frazione $\frac{8}{5}$, la quale si riduce ad 1 $\frac{3}{5}$, che sarà il quoziente della divisione di $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$. Finalmente dovendosi dividere $\frac{8}{9}$ per $\frac{2}{7}$ il quoziente sarà 3 $\frac{1}{9}$; imperciocchè moltiplicando

Del Partire. 8 per 7 , e 2 per 9 li prodotti sono rispettivamente 56 ,e 18 ,li quali danno la frazione *cinquantasei diciottesimi* che ridotta debitamente da 3 $\frac{1}{9}$.

Esame del secondo Caso.

CLXIX.

NEl secondo caso , in cui si propone a partire un'intiero per un rotto , *fa duopo in primo luogo soscrivere al numero intiero l' unità , acciocchè egli in tal modo conseguisca la forma di rotto , nel quale l' istesso numero intiero fa ufficio di numeratore, e l'unità fa ufficio di denominetore.*
*num.167. *Poi si moltiplicheranno* * *vicendevolmente li numeratori per li denominatori , siccome è stato spiegato nel caso antecedente , e la frazione , che risulta da'prodotti , sarà il quoziente richiesto.* Dove è da avvertirsi , doversi
*num.111. dal quoziente tirare * prima gl'intieri , e l'avanzo doversi ridurre a mini-
*num.120. mi * termini , seconde le regole spiegate nel *Capo primo di questa Sezione.*

Così

CLXX.

Del Partire.

Così per esempio dovendosi dividere il numero intiero 3 per lo rotto $\frac{2}{4}$, si sofcriverà all'intiero 3 l'unità, acciocchè egli prenda questa forma di rotto $\frac{3}{1}$, nella quale frazione il 3 fa ufficio di numeratore, e l'unità fa ufficio di denominatore. In tal modo sarà la cosa ridotta a partire il rotto $\frac{3}{1}$ per lo rotto $\frac{2}{4}$; e perchè moltiplicati vicentevolmente li numeratori per li denominatori, si ottengono i prodotti 12, e 2, da' quali si compone il rotto *dodici mezzi*, che si riduce a 6 intieri, ne siegue che il quoziente della divisione di 3 per $\frac{2}{4}$ sia 6.

CLXXI.

Similmente dovendosi partire il numero intiero 4 per lo rotto $\frac{3}{5}$, si soscriverà 1 all' intiero per ridurre la moltiplicazione al primo caso, in cui si proponeva a partire un rotto per un' altro rotto. E perchè li prodotti, che nascono dal moltiplicare vicendevolmente li numeratori per li denominatori sono 20, e 3 che compongono il rotto *venti terzi*, il quale ridotto debita-

Del Partire. tamente si cangia in 6 $\frac{2}{3}$, ne siegue che dividendo il numero intiero 4 per lo rotto $\frac{3}{5}$ il quoziente sia 6 $\frac{2}{3}$.

CLXXII.

Finalmente dovendosi partire il numero intiero 25463 per lo rotto $\frac{4}{5}$, dopo aver soscritto 1 al numero intiero 25463, si moltiplicherà il numeratore 25463 per lo denominatore 5, ed al prodotto 127315 si soscriverà ciò che nasce moltiplicando il numeratore 4 per 1, cioè 4, e la frazione, che quindi risulta, la quale si riduce a 31828 $\frac{3}{4}$ sarà il quoziente della divisione di 25463 per lo rotto $\frac{4}{5}$.

Esame del terzo Caso.

CLXXIII.

NEl terzo caso *viceversa* si propone a dividere un rotto per un' intiero. Quì ancora *fa duopo soscrivere l'unità al numero intiero, acciocchè egli in tal modo conseguisca la forma di rotto, nel quale l'istesso numero intiero farà ufficio di numeratore, e l'unità farà ufficio di dominatore.*

Poi

*Poi si moltiplicheranno vicendevolmente * li numeratori per li denominatori, e la frazione, che risulta da' prodotti sarà il quoziente richiesto*. Così per esempio dovendosi dividere $\frac{2}{3}$ per 4 il quoziente è *due duodecime* ovvero $\frac{1}{6}$; Così ancora dovendosi dividere $\frac{1}{3}$ per 3 il quoziente è $\frac{1}{9}$. E finalmente dovendosi dividere il rotto $\frac{6}{7}$ per 35, il quoziente è *sei dugento quarantacinquesimi*. Del Partire. * num. 167.

Esame del quarto Caso.

CLXXIV.

NEl quarto caso, nel quale si propone a dividere un' intiero unito con un rotto per un rotto, *si ridurrà l' intiero * accoppiato col rotto a rotto, acciocchè la cosa si riduca a dividere un rotto, per un rotto. Fatto ciò si moltiplicheranno * vicendevolmente li numeratori per li denomonatori, e li prodotti serviranno per comporre il rotto, che è il quoziente della divisione*. Come per esempio dovendosi dividere 25 $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$; si ridurrà 25 $\frac{2}{3}$ a *set-*

* num. 112.

* num. 167.

Del Partire. a *settantasette terzi*; poi si dividerà questa frazione per l'altra frazione $\frac{3}{4}$; e siccome il quoziente di questa divisione è un rotto, che tiene 308 per numeratore, e 9. per denominatore, il qual rotto si riduce $34.\frac{2}{9}$, ne siegue, che dividendo $25\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ il quoziente sia $34\frac{2}{9}$.

Esame del quinto Caso.

CLXXV.

NEl quinto caso, in cui si propone *viceversa* a partire un rotto per un'intiero unito con un rotto, *si ridurrà similmente l'intiero * accoppiato col rotto a rotto, acciocchè la cosa si riduca a dividere un rotto per un'altro rotto. Fatto ciò, si moltiplicheranno * vicentevolmente li numeratori per li denominatori, e da' prodotti se ne comporrà una frazione, la quale sarà il quoziente della divisione.*

* num.112. *num.167.

Come per esempio dovendosi dividere $\frac{8}{9}$ per $2\frac{2}{3}$, si ridurrà $2\frac{2}{3}$ a $\frac{8}{3}$: poi si dividerà $\frac{8}{9}$ per $\frac{8}{3}$; e siccome il quoziente di questa divisione è un rotto, che tiene

tiene 24 per numeratore, e 72 per denominatore, il quale si rdiuce ad $\frac{1}{3}$, ne siegue, che dividendo $\frac{8}{9}$ per $2\frac{2}{3}$, il quoziente sia $\frac{1}{3}$. *Del Partire.*

Esame del sesto Caso.

CLXXVI.

NEl sesto caso, in cui si propone a dividere un' intiero unito con uno rotto per un'intiero *fa duopo similmente soscrivere all' intiero l' unità, e ridurre l'intiero * unito col rotto a rotto. Fatto ciò siccome sarà ridotta la cosa a dividere un rotto per un rotto, così si moltiplicheranno vicendevolmente * li numeratori per li denominatori, e li prodotti serviranno per comporre il rotto, che è il quoziente della divisione*. Come per esempio dovendosi dividere $14\frac{2}{3}$ per l'intiero 4; si ridurrà $14\frac{2}{3}$ a rotto, per avere il rotto *quarantaquattro terzi*; poi si soscriverà 1 all' intiero 4, per avere l'altro rotto $\frac{4}{1}$: Finalmente si moltiplicherà 44 per 1, e 4 per 3, e da'prodotti si comporrà la frazione *quaranta-*

*num.112.

*num.167.

Del Partire. *taquattro duodecimi*, che si riduce a $3\frac{2}{1}$, la quale sarà il quoziente della divisione di $14\frac{2}{3}$ per 4.

Esame del settimo Caso.

CLXXVII.

NEl settimo caso, nel quale *viceversa* si propone a dividere un intiero per un'intiero accoppiato con un rotto, *fa duopo primieramente soscrivere l'unità all'intiero, acciocchè egli conseguisca la forma di rotto: poi bisogna ridurre l'intiero unito* * *col rotto a rotto: in tal modo sarà ridotta la cosa al primo caso, in cui si proponeva a dividere un rotto per un altro rotto. Moltiplicati dunque vicendevolmente* * *li numeratori per li denominatori si comporrà da' prodotti il rotto, che è il quoziente della divisione* Come per esempio dovendosi dividere 8 intieri per $12.\frac{3}{4}$, si soscriverà 1 ad 8; e si otterrà il rotto $\frac{8}{1}$, poi si ridurrà $12\frac{3}{4}$ a rotto, e si avrà l'altro rotto $\frac{51}{4}$; finalmente si dividerà $\frac{8}{1}$ per $\frac{51}{4}$

* num. 112.

* num. 167.

e perchè il quoziente di questa distisione è un rotto, che ha 32 per numeratore, e 51 per denominatore, ne siegue, che il rotto *trentadue cinquantunesimi* sia il quoziente della divisione di 8 per 12 $\frac{3}{4}$. Del Partire.

CLXXVIII.

Similmente dovendosi dividere 1384 intieri per 10 $\frac{2}{3}$ si soscriverà 1 all'intiero 1384, e si avrà il primo rotto; poi si ridurrà 10 $\frac{2}{3}$ a rotti, e si avrà l'altro rotto, che sono *trentadue terzi* poi si moltiplicheranno vicendevolmente li numeratori per li denominatori, e da' prodotti se ne comporrà un rotto, che avrà 4152 per numeratore, e 32 per denominatore: e perchè questo rotto si riduce a 129 intieri e $\frac{3}{4}$, ne siegue, che tanto sia il quoziente della divisione di 1384 per 10 $\frac{2}{3}$.

Esame dell' ultimo Caso.

CLXXIX.

Finalmente nell' ultimo caso si propone a dividere un' intiero accoppiato con un rotto per un'intiero unito

Del Partire. to similmente con un rotto. *Quì fa*
*num.112. *duopo ridurre ciascuno intiero unito * col suo rotto a rotto, acciocchè la cosa si riduca a partire un rotto per un altro rotto. Poi si moltiplicheranno vicendevolmente * li numeratori per li*
*num.167. *denominatori, e da' prodotti se ne comporrà una frazione, la quale sarà il quoziente ricercato.*

CLXXX.

Come per esempio, dovendosi dividere $58\frac{3}{4}$ per $15\frac{2}{3}$, si ridurranno entrambi i numeri a rotti, siccome vedesi quì sotto;

$15\frac{2}{3}$	$58\frac{3}{4}$
47	235
3	4
188	705
	141
$3\frac{3}{4}$	

ed il dividendo si ridurrà a *ducento trentacinque quarti*, ed il divisore a *quaranta sette terzi*. Poi si moltiplicherà il numeratore 235 del dividendo per lo denominatore 3 del divisore

re, ed al prodotto 705 si soscriverà il numero 188, che nasce moltiplicando il numeratore 47 del divisore per lo denominatore 4 del dividendo; Finalmente dalla frazione *settecento e cinque centottantesimi* se ne tireranno fuori gl' intieri; ciocchè si farà dividendo * il numeratore 705 per lo denominatore 188, e siccome si ottiene da questa divisione $3\frac{3}{4}$, così ne siegue che dividendo $58\frac{3}{4}$ per $15\frac{2}{3}$ il quoziente sia $3\frac{3}{4}$.

Del Partire.

* num. 112.

CLXXXI.

Similmente se si propone a dividere $653\frac{3}{5}$ per $12\frac{2}{3}$, il quoziente sarà $51\frac{3}{5}$, siccome vedesi quì sotto;

$12\frac{2}{3}$	$653\frac{3}{5}$
38	3268
3	5
190	9804
	304
$51\frac{3}{5}$	114

Esame del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire

CAPO SESTO.

Esame del sommare, e del Sottrarre del Moltiplicare, e del Partire.

CLXXXII.

DImostrate le regole, che si debbono osservare nel sommare, nel sottrarre, nel moltiplicare, e nel partire li numeri rotti: è necessario ora dimostrare, come queste quattro operazioni si possono esaminare: ciocchè si dice volgarmente *far la pruova*. *Il Sommare* adunque si esamina per lo *Sottrarre*; e viceversa il *Sottrarre* per lo *Sommare* nell' istessimo modo, che si praticò nel *Capo terzo* della *Sezione prima*: siccome si scorge da' due esempj, che sieguono, il primo de' quali appartiene al sommare, e l'altro appartiene al sottrarre.

Esame del Sommare, Sottratre, Moltiplicare, Partire

$8643\frac{2}{3}$

$1564\frac{1}{6}$

$4832\frac{1}{2}$

$15040\frac{1}{3}$

$6396\frac{2}{3}$

$8643\frac{2}{3}$

$863254\frac{2}{3}$

$135632\frac{1}{6}$

$727622\frac{1}{2}$

$863254\frac{3}{2}$

CLXXXIII.

Similmente il *moltiplicare* si esamina per lo *partire*, e viceversa il *partire* per lo *moltiplicare* nell'istessissimo modo, che si praticò nel *Capo sesto della sezione prima*: vale a dire nella moltiplicazione *dividendo il prodotto per lo moltiplicatore, a vedere se il quoziente riesca giustamente eguale al moltiplicando*: e nella divisione *moltiplicando il quoziente per lo divisore, a vedere se il prodotto riesca giustamente eguale al dividendo*. Per esempio dovendosi esaminare se il numero $12697\frac{2}{3}$ sia il vero prodotto della moltiplicazione di $865\frac{3}{4}$ per $14\frac{2}{3}$, si dividerà il suddetto numero $12697\frac{2}{3}$ per uno de' due numeri, che si sono molti-

Esame del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire

tiplicati insieme, come per 14 $\frac{2}{3}$, a vedere se il quoziente sia giustamente l'altro numero 865 $\frac{3}{4}$: e perchè fatta cotal divisione il quoziente è giustamente 865 $\frac{3}{4}$, siccome apparisce quì sotto,

$$\begin{array}{r} 865\frac{3}{4} \\ 14\frac{2}{3} \\ \hline 3460\frac{2}{3} \\ 8651 \\ 416\frac{2}{4} \\ 169\frac{6}{12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 14\frac{2}{3} \\ 44 \\ \hline 3 \\ 132 \\ \hline 865\frac{3}{4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12697\frac{2}{3} \\ 38093 \\ \hline 3 \\ 114279 \\ ..867 \\ .759 \\ .99 \end{array}$$

ne siegue, che non si sia errato nel moltiplicare.

CLXXXIV.

Viceversa dovendosi esaminare, se il numero 231 $\frac{1}{2}$ sia il vero quoziente del-

della divisione di 8195 $\frac{5}{8}$ per 35 $\frac{1}{4}$, si moltiplicherà il suddetto quoziente 232 $\frac{1}{2}$ per lo divisore 35 $\frac{1}{4}$, a vedere se il prodotto sia giustamente il dividendo 8195 $\frac{5}{8}$ e perchè fatta cotal moltiplicazione tanto appunto si trova che sia il prodotto, siccome apparisce qui sotto,

Esame del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire.

35 $\frac{1}{4}$	8195 $\frac{5}{8}$
141	65565
4	8
1128	262260
	. 3666
232 $\frac{1}{2}$	. 2820
35 $\frac{1}{4}$	. 564
1160 $\frac{1}{2}$	
696	
58 $\frac{1}{8}$	
17	
8195 $\frac{5}{8}$	

ne siegue, che non sia errato nel partire.

SEZIONE TERZA.

Uso delle Operazioni fin' ora spiegate nello scioglimento di varie questioni.

CLXXXV.

SPiegate sofficientemente le quattro regole fondamentali dell'*Artimetica*, che sono il *Sommare*, il *Sottrare*, il *Moltiplicare*, ed il *Partire* così ne' numeri intieri, come ne' numeri rotti; e la maniera, come ne' numeri rotti; e la maniera di esaminarle; fa duopo ora passare a dimostrar l'uso, che si può fare di esso, nello scioglimento di varie utili, e curiose questioni. E per procedere con ordine gioverà ridurre le questioni, intorno le quali dovrem ragionare, a *quattro* Capi generali. Il *primo* Capo abbraccerà le questioni, che si sciogliono colla *regola del Tre*. *Il secondo* Capo comprenderà le questioni, che si risolvono colla *regola del Falso*. Il *terzo* Capo conterrà le questioni, che si risolvono colla *regola della società*. E finalmente l'*ultimo* Capo abbraccerà le questioni, le quali

si risolvono colla *regola della allegazione*. Della regola del Tre, &c.

CAPO PRIMO.

Della Regola del Tre. Delle diverse specie de essa: e del modo di esaminarla.

CLXXXVI.

PEr cominciare dalle questioni, che si risolvono per mezzo della *regola del Tre* convien sapere, che questa è una regola nella quale *dati tre numeri si va cercando il quarto proporzionale*. Quindi è che ella si chiama *regola del Tre*; chiamasi ancora comunemente *regola aurea*, perchè l'uso di essa è grandissimo, e per dir così *aureo* in quasi tutte le quistioni aritmetiche. Come per esempio se fosse proposta questa questione: con 100 *ducati si sono guadagnati* 18 *ducati*; *con* 550 *ducati quanti ducati si guadagneranno*? Si dovrà far ricorso alla regola del Tre, e troverassi, che si *guadagneranno* 99 *ducati*.

Della regola del Tre &c.

Divisione della regola del Tre in varie specie.

CLXXXVII.

LA Regola del Tre dividesi *in quattro specie diverse*, che sono *Semplice diretta*: *Semplice inversa*: *Composta diretta*: *Composta inversa*. Nascono queste quattro specie da ciò, che la regola o si propone con tre numeri e dicesi regola del Tre *semplice*, la quale è o *diretta*, o *inversa*: ovvero è proposta con cinque numeri' e dicesi regola del Tre *composta*, la quale parimente è o *diretta*, o pure *inversa*.

Della regola del Tre semplice così diretta come inversa.

CLXXXVIII.

LA regola del Tre semplice si propone con tre numeri soli; come *per esempio* 35 *fabbricatori fanno* 255 *canne di fabrice*: 860 *fabbricatori nell'istesso tempo quante canne di fabbrica faranno*? ovvero 456 *soldati consuma-*

ſumano una certa quantità di farina Della regola del Tre &c.
in 63 giorni: 1362 *ſoldati in quanti giorni conſumeranno l' iſteſſa quantità di farina* : la prima delle quali regole è diretta, e la ſeconda è inverſa,

CLXXXIX.

Per conoſcere ſe una regola del Tre ſemplice è diretta, ovvero ſe è inverſa. ſi farà così. *Si conſidererà attentamente ſe il quarto numero, che ſi va cercanda debba eſſere maggiore, o minore del ſecondo: imperciocchè ſe il terze ancora è maggiore, o minore del primo, la regola ſenza dubio ſarà diretta; ma ſe il terzo è* viceverſa *minore, o maggiore del primo, la regola ſarà inverſa*. Con queſto mezzo ſi conoſce, che nel primo eſempio, in cui ſi ſupponeva *che 35 fabricatori faceſſero 255 canne di fabrica*, e ſi andava cercando *quante canne di fabbrica doveſſero fare nell' iſteſſo tempo* 860 *fabbricatori*, la regola del Tre ſia diretta: imperciocchè ſiccome il terzo numero 860 è maggiore del primo 35, così il quarto, che ſi va cercando, deve

Della regola del Tre &c. ve uscire magiore del secondo 255. Si conosce di più, che quest' altra regola, in cui si suppone, che 135 *ducati fruttino* 14 *ducati*, e si va cercando quanto *debbano fruttare* 86 *ducati*, sia eziandio diretta: imperciocchè siccome il terzo numero 86 è minore del primo 135, così il quarto, il quale si va cercando è minore del secondo 14.

CXC.

Con questo istesso mezzo si conoscerà *viceversa*, che nell' altro esempio, in cui si supponeva, *che* 456 *soldati consumassero una certa quantità di farina in* 63 *giorni*, e si andava cercando 1372 *soldati in quanti giorni dovessero consumare l' istessa quantità di farina*. la regola del Tre sia inversa; imperciocchè laddove il terzo termine 1362 è maggiore del primo 456 il quarto, che si va cercando, deve riuscire minore del secondo. Si conoscerà inoltre che quest' altra regola, in cui si suppone che 235 *muli trasportino una certa quantità di orzo in* 12 *giorni*, *e si va cercando* 124 *muli in quanti giorni*

ni debbano trasportare l' istessa quantità di orzo, sia parimente inversa; imperciocchè laddove il terzo termine 124 è minore del prrmo 235, il quarto che si va cercaudo deve riuscire maggiore del secondo 12. Della regola del Tre &c.

CXCI.

Evvi un altro segno, col quale possiamo discernere, se una regola del tre semplice è inversa: ed è quando *nella prima parte della questione si fa menzione d'una cosa, la quale si replica nella seconda parte, senza che ella entri nel calcolo, o per dir meglio ne' tre unmeri dell' istessa questione*: come si può osservare nella questione antecedente, nella prima parte della quale si è fatta menzione d'*una certa quantità d'orzo*, la quale si è replicata nella seconda parte. L'istesso accade in questa questione, che è una regola del Tre inversa: *quattro lumi votano una conserva di acqua in 12 ore; 13 lumi in quante ore voteranno l' istessa conserva d'acqua*; dove si vede, che nella prima parte della questione si fa menzione *di una couserva d' acqua*, la quale

Della regola del Tre &c. quale si nomina di nuovo nella seconda parte della quistione.

CXCII.

Quando la regola del Tre è diretta per ritrovare il quarto numero *fa duopo moltiplicare il secondo per lo terzo numero, ed il prodotto, che quindi risulta bisogna dividerlo per lo primo: imperciocchè il quoziente della divisione sarà il quarto numero ricercato.* Così se vien proposta questa questione 13 *bovi sono stati venduti* 117 *ducati quanti ducati si venderanno* 83 *bovi* ? fa duopo moltiplicare il secondo termine 117 per lo terzo 83 : ed il prodotto, che risulta dalla moltiplicazione, il quale prodotto è 9711, fa duopo dividerlo per lo primo 13: siccome si vede qui sotto, dove tutta l' operazione è posta in disteso:

13

13 : 117 : 83 ? :747 Della regola del Tre &c.

```
      83
    -----
     351
    936
    -----
 13  9711
 --   61
747   91
      00
```

e perchè il quoziente è 747 , ne siegue che 83 *bovi si venderanno 747. ducati*.

CXCIII.

Similmente se viene proposta quest' altra questione; 88 *ducati fruttano* 15 *ducati* ; *quanto frutteranno* 343 *ducati* ? si dovranno moltiplicare insieme il secondo 15 , ed il terzo 343 , ed il prodotto 5145 si dovrà dividere per lo primo 88 , siccome si vede quì

88

Della regola del Tre &c.

88 ; 15 : 343 ? 58 : 46 : ; 7.

15

88 5145

745

58 46. 7 4100

580

52

12

624

. .8

e perchè il quoziente della divisione sono 58 ducati 46 grana, e 7 cavalli ne siegue, che *tanto fruttano* 343 *ducati*:

CXCIV.

Quando poi la regola del Tre è inversa *fa dupo moltiplicare il primo numero per lo secondo, ed il prodotto, che quindi risulta, fa duopo dividerlo per lo terzo, imperciocchè il quoziente della divisione sarà il quarto numero ricercato*. Così se vien proposta questa questione: 18 *fabricatori fabbricano un palaggio in* 48 *giorni*: 54 *fabricatori l'istesso palaggio in quanti*

ti giorni lo fabbricheranno ? bisogna moltiplicare il primo numero 18 per lo secondo 48, ed il prodotto 864 bisogna dividerlo per lo terzo 54 : siccome vedesi quì sotto, dove tutta l' operazione è posta in disteso. Della regola del Tre &c.

18 : 48 : : 54 : 16.

	18
	——
54	864
——	324
16	000

e perchè il quoziente della divisione è 16, ne siegue che in 16 giorni li 54 fabbricatori compiranno il detto palaggio.

CXCV.

Similmente se vien proposta quest' altra questione, che è una regola * del Tre inversa; 3 *lumi vuotano una conserva d'acqua in* 36 *ore* : 4 *lumi in quante ore vuoteranno l'istessa conserva d'acqua* : si deve moltiplicare il primo numero 3 per lo secondo 36, ed il prodotto 108 si deve dividere per lo terzo 4 siccome si vede quì sotto.

*num. 189. e 191.

Della regola del Tre, &c.

3 : 36 : : 4 : 27

3

4 | 108

— 28

27 ..

e perchè il quoziente della divisione è 27, ne siegue che in tante ore si vuoterà la suddetta conserva d'acqua.

Esame della regola del Tre semplice così diretta, come inversa.

CXCVI.

PEr assicurarsi che nella regola del Tre semplice diretta non si sia errato, fa duopo praticar questo metodo: *bisogna moltiplicare il primo numero per lo quarto, e vedere se il prodotto, che quindi risulta, sia eguale al prodotto nato dal moltiplicare il secondo e terzo numero insieme; imperciocchè se questi due prodotti riescono eguali, non si sarà errato nell' operazione; quando nò, bisognerà rifare da capo l' operazione.*

Con

CXCVII.

Della regola del Tre, &c.

Con questo metodo si conoscerà che in questa questione 65 *ducati anno fruttato* 18 *ducati* : 195 *ducati quanto debbano fruttare* ? il quarto termine sia 54 *ducati*, il quale si trova moltiplicando * il secondo per lo terzo, e dividendo il prodotto per lo primo, siccoma si vede quì sotto:

* num. 192.

65.	18.	195	54
		18	65
		1560	270
		195	324
65		3510	3510
—		260	
54		000	

imperciocchè moltiplicando il quarto termine 54 per lo primo 65 il prodotto 3510 è eguale a quello, che è nato moltiplicando il terzo 195 per lo secondo 18.

CXCVIII.

Per accorgersi poi se nella regola del Tre semplice inversa sia stato commesso qualche errore, bisognerà praticare

Della regola del Tre, &c. quest' altro metodo. *Si dovrà moltiplicare il terzo numero per lo quarto a vedere se il prodotto, che quindi risulta, sia eguale a quello, che è nato dal moltiplicare il primo per lo secondo; imperciocchè se questi due prodotti riescono eguali, non si sarà errato nell' operazione; in caso che nè, si sarà fatto errore, e bisognera rifare da capo tutta l' operazione.*

CXCIX.

Con questo metodo si conoscerà, che in questa questione, 40 *soldati anno consumata tutta la loro provisione in* 18 *giorni; si dimanda in quanti giorni l' avriano consumata* 30 *soldati*? il quarto termine sia 24 *giorni*, che si trova multiplicando * il primo per lo secondo, o dividendo il prodotto per lo terzo; siccome vedesi quì sotto;

* num. 194.

40.

Della regola del Tre, &c.

	40.	18.	30.	24
	18			30
	320			00
	40			72
30	720			720
	120			
24	000			

imperciocchè moltiplicando il terzo termine 30 per lo quarto 24 il prodotto è 720, quanto appunto è ſtato il prodotto del primo numero 40 per lo ſecondo numero 18.

Della regola del Tre compoſta così diretta, come inverſa.

CC.

LA regoſa del Tre compoſta ſi propone con cinque numeri: Come per eſempio 35 *fabbricatori in* 18 *ore fanno* 255 *canne di fabbrica*; 860 *fabbricatori in* 23 *ore quante canne di fabbrica faranno*? ovvero 456 *ſoldati conſumano* 287 *contaja di farina in* 63 *giorni*; 1362 *ſoldati* 863

Della regola del Tre, &c. *cantaja di farina in quanti giorni la consumeranno?* la prima delle quali regole è diretta, e la seconda è inversa.

CCI.

Per conoscere se una regola del Tre composta è diretta, ovvero inversa si farà così: *Si supporranno due termini corrispondenti della prima, e seconda parte della questione eguali fra di loro, ed in questa supposizione si potranno sicuramente negligere, come quelli che supponendosi eguali nulla fanno alla questione. Ciò fatto la regola del Tre composta sarà ridotta* * *a semplice; imperciocchè di cinque termini, che ella conteneva, ora non ne contiene più che tre. Se dunque la regola del tre composta ridotta in tal modo a semplice si trova diretta* * *si può conchiudere che la medesima quando era composta ancora fosse diretta: ma se l' istessa regola ridotta a semplice si ritrova inversa, l' istessa quando era composta non è da dubitarsi che non fosse parimente inversa.*

* num. 188.

* num. 189. e 191.

CCII.

Con questo mezzo si conosce, che nel

nel primo esempio, in cui si supponeva, che 35 *fabbricatori in 18 ore facessero 255 canne di fabbrica; e si andava cercando 860 fabbricatori in 23 ore quante canne di fabbrica dovessero fare*, la regola del Tre sia diretta: imperciocchè, supposti li tempi eguali, che sono due termini corrispondenti, e sono propriamente il secondo, ed il quinto termine della questione, essa si riduce ad una regola del Tre semplice cioè se 35 *fabbricatori hanno fatte 355 canne di fabbrica; 860 fabbricatori quante canne di fabbrica faranno?* la quale regola * è diretta. Si conosce di più, che quest' altra questione in cui si suppone, che 135 *ducati in 7 anni fruttino* 14 *ducati*, e si va cercando 86 *ducati in* 18 *anni quanto debbano fruttare?* sia eziandio una regola del Tre diretta; imperciocchè supposti il secondo, e quinto termine, vale a dire i tempi eguali fra di loro, e negligendoli, la questione si riduce a questa regola del Tre semplice diretta: se 135 *ducati fruttano* 14 *ducati; quanto frutteranno* 86 *ducati*.

Della regola del Tre, &c.

* *num.* 189. e 191.

 CCII.

CCIII.

Della regola del Tre, &c.

Con questo istesso mezzo si conoscerà *viceversa*: che nell'altro esempio, in cui si supponeva, che 456. *soldati consumassero 287 cantaja di farina in 63 giorni; e si andava cercando* 1362 *soldati 863 cantaja di farina in quanto tempo la dovessero consumare*, la regola del Tre sia inversa: imperciocchè supponendo il secondo e quinto termine, vale a dire le quantità di farina eguali fra di loro, e negligendoli, la questione si ridurrà alla seguente regola semplice del Tre: *Se 456 soldati consumano una certa quantità di farina in 63 giorni; 1362 soldati l'istessa quantità di farina in quanti giorni la consumeranno*; la quale è * inversa. Si conoscerà di più che quest' altra questione in cui *si suppone che* 135 *muli trasportino* 12345 *tomola di orzo in* 12 *giorni: e si va cercando* 124 *muli* 3564 *tomola di orzo di quanti giorni li debbano trasportare*, sia una regola del Tre inversa: imperciocchè supponendo due termini corrispondenti, vale a dire il secondo, ed il quinto,

* num. 189. e 191.

to, eguali fra dì loro, ella si riduce alla seguente regola del Tre: *se* 135 *muli trasportano una certa quantità d'orzo in* 12 *giorni*; 124 *muli l'istessa quantità d'orzo in quanti giorni la condurrano*? * la quale regola è inversa. Della regola del Tre, &c.

* num. 189. e 190.

CCIV.

Quando la Regola del Tre composta è diretta, per ritrovare il sesto numero proporzionale *fa duopo moltiplicare il terzo numero per lo quarto, ed il prodotto fa duopo moltiplicarlo per lo quinto numero, in tal modo si avrà un numero prodotto dalla moltiplicazione di tre termini* terzo, quarto, e quinto. *Poi bisogna moltiplicare il secondo per lo primo, e si avrà un altro prodotto nato dalla moltiplicazione degli altri due termini* secondo, e primo: *finalmente fa duopo dividere il primo prodotto per lo secondo, ed il quoziente di questa divisione sarà il sesto numero ricercato*.

CCV.

Così se vien proposta questa questione; 13 *bovi, ciascuno de' quali pe-*

Della regola del Tre, &c. *sava 335 rotola , sono stati venduti 117 ducati , 83 bovi ciascuno de' quali pesa 424 rotola , quanto si venderanno?* fa duopo moltiplicare il terzo numero 117, il quarto 83, ed il quinto 424 insieme; e poi bisogna moltiplicare il secondo 335 per lo primo 13: finalmente fa duopo dividere il primo prodotto 4117464 per l'altro prodotto 4355, e perchè il quoziente è 945 ducati 45 grana, e 8 cavalli, siccome è registrato quì sotto, 13. 335 | 117 | 83 424 | 945 : 45 : 8. ne siegue, che tanto si siano venduti 83 bovi, ciascuno de' quali pesa 424 rotola.

CCVI.

Similmente se vien proposta quest' *altra* questionc: 88 *ducati in* 12 *anni si sa che anno fruttato* 15 *ducati; si cerca quanto debbano fruttare* 343 *ducati in* 6 *anni*. Si dovranno moltiplicare insieme il terzo 15 il quarto 443, ed il quinto 6, ed il prodotto di essi, che è 30870, si dovrà dividere per lo prodotto, che nasce moltiplicando il secondo 12, per lo primo, 88.

88, il qual prodotto è 1056: e perchè fatta questa divisione il quoziente è 29 ducati, 23 grana, e 3 cavalli, come è notato quì sotto, *Della regola del Tre, &c.*

88. 12 | 15 | 343. 6 | 29: 23: 3.

ne siegue che tanto frutteranno 343 ducati in 6 anni.

CCVII.

Quando poi la regola del Tre composta è inversa, *fa duopo moltiplicare il primo, terzo, e quinto numero insieme, ed il prodotto di essi fa duopo dividerlo per lo prodotto che nasce dal moltiplicare il secondo numero per lo quarto: imperciocchè il quoziente della divisione sarà il sesto numero ricercato*. Così se vien proposta questa questione 325 *soldati consumano* 39 *cantaja di farina in* 12 *giorni*; 975 *soldati* 78 *cantaja di farina in quanti giorni la consumeranno*? bisognerà moltiplicare insieme il primo numero 325 il terzo 12, ed il quinto 78, ed il prodotto di essi, il quale è 304200, fa duopo dividerlo per lo prodotto del secondo 39, e del quarto 975, il qual prodotto è 38025; e siccome il quozien-

Della regola del Tre, &c. ziente di questa divisione è 8, come è notato quì sotto,

325 l 39. 12 l 975 l 78. 8

ne siegue, che in tanti giorni 975 soldati consumeranno 78 cantaja di farina.

CCVIII.

Similmente se vien proposta quest' altra questione, che è una regola del Tre inversa: 3 *lumi vuotano 36 botti d' acqua chiusa in una conserva in 18 ore: 9 lumi 72 botti d' acqua in quante ore le vuoteranno?* si deve moltiplicare il primo 3, il terzo 18, ed il quinto 72, ed il loro prodotto 3888, fa duopo dividerlo per 324, che nasce moltiplicando il secondo 36 per lo quarto 9: e perchè il quoziente è 12, siccome è notato quì sotto,

3 l 36. 18 l 9 l 72. 12

ne siegue, che in tanto tempo 9 lumi vuoteranno 72 botti d' acqua. E di fatto se tre lumi vuotano 36 botti d'acqua in 18 ore, è necessario che 9 lumi vuotino l' istesse 36 botti d' acqua in 6 ore; e per conseguente gl' istessi 9 lumi vuoteranno 72 botti d' ac-

acqua in 12 ore Della regola del Tre, &c.

Esame della regola del Tre composta così diretta, come inversa.

CCIX.

PEr assicurarsi, che nella regola del Tre composta diretta non si sia errato, fa duopo praticar questo metodo: *bisogna moltiplicare il prodotto del primo, e del secondo numero per lo sesto, a vedere se il prodotto, che quindi risulta, sia eguale al prodotto nato dal moltiplicare insieme il terzo, quarto, e quinto numero; imperciocchè se questi due prodotti riescono eguali, non si sarà errato nell'operazione; quando nò, bisognerà rifare da capo tutta l'operazione.*

CCX.

Con questo metodo si conoscerà, che in questa questione: 65 *ducati hanno fruttato in* 4 *anni* 18 *ducati*; 195 *ducati in* 16 *anni quanto debbano fruttare*? il sesto termine sia 216 *ducati*, il quale si trova moltiplicando * il terzo, quarto, e quinto termine insieme, * num. 104.

è di-

Della regola del Tre, &c. e dividendo il prodotto per quello che nasce moltiplicando il primo per lo secondo imperciocchè moltiplicando il sesto termine 216 per lo prodotto del primo, e del secondo, vale a dire per 260, il prodotto 56160 è eguale al prodotto nato dal moltiplicare insieme il terzo, e quarto, e quinto termine, il qual prodotto è parimente 56160.

CCXI.

Per accorgersi poi se nella regola del Tre composta inversa sia stato commesso qualche errore, bisognerà praticare quest'altro metodo. *Si dovrà moltiplicare il sesto numero per lo prodotto del secondo, e del quarto; a vedere se il prodotto; che quindi risulta, sia eguale al prodotto nato moltiplicando insieme il primo, terzo, e quinto numero: imperciocchè se questi due prodotti riescono eguali, non si sarà errato nell'operazione: quando nò, bisognerà rifare tutta l'operazione da capo.*

CCXII.

Con questo metodo si conoscerà, che in questa questione, 140 *soldati anno consumato* 180 *cantaja di farina in* 93 *gior-*

giorni: 70 *ſoldati* 60 *cantaja di farina* *in quanti giorni la conſumeranno*? il ſeſto termine ſia 62 *giorni*, che ſi trova moltiplicando * il primo: terzo: e quinto termine inſieme, e dividendo il prodotto per quello, che naſce moltiplicando il ſecondo per lo quarto: imperciocchè moltiplicando il ſeſto termine 62 per lo prodotto del ſecondo, e del quarto, che è 12600, ſi ottiene il numero 781200, il quale è eguale al prodotto nato dal moltiplicare il primo 140, il terzo 93, ed il quinto 60 inſieme, il qual prodotto è parimente 781200.

Della regola del Tre, &c.

* *num.* 207.

CAPO SECONDO.

Della regola del Falſo, e delle diverſe ſpecie di eſſa.

CCXIII.

Seguono le quiſtioni, che ſi riſolvono per mezzo della *regola del Falſo*. Queſta regola ſi chiama così, perchè mediante un numero falſo arbitrario ſi arriva a conoſcere il vero, che ſi va ricercando: e perchè tal volta baſta

Della regola del Falso &c. sta un solo numero falso per arrivare alla cognizione del vero, e tal volta se ne richieggono due, quindi è che la regola del Falso è di *due specie* vale a dire *semplice*, e *doppia*. La semplice regola del Falso è quella, in cui basta fingere un solo numero per scoprire il vero; la doppia è quella, nella quale fa duopo fingere due numeri falsi per giugnere allo scoprimento del numero vero.

Della regola del Falso semplice.

CCXIV.

INcominceremo dalle quistioni, che si risolvono per mezzo della regola *semplice del Falso*. Sia dunque proposta in primo luogo questa questione. *Tre uomini anno 80 anni con questa condizione, che il secondo ha tre volte l'età del primo, ed il terzo ha due volte l'età del secondo; si cerca quanti anni tiene ciascuno uomo?* Per risolvere questa questione fa duopo fingere un numero a capriccio, per esempio 4, e supporre che il primo uomo ab-

abbia 4 anni. Secondo questa supposizione il secondo dovrà avere 12 anni: imperciocchè si è supposto che l' età del secondo è tripla dell' età del primo: ma il terzo deve avere 24 anni perciocchè si è supposto che l' età del terzo sia doppia dell' età del secondo: e per conseguente tutti tre insieme avranno 40 anni: ma si è supposto che tutti tre abbino 80 anni: dunque il numero 4 finto a capriccio non è il numero vero. Per ritrovare ora il vero numero degli anni del primo fa duopo istituire una regola del Tre semplice * diretta, la quale è questa: *se 40 anni, età falsa di tutti trè, è uscita dal numero falso 4; 80 anni, vera età di tutti tre, da qual numero usciranno?* e perchè fatta la regola del Tre si ritrova il

Della regola del Falso &c.

4	40:4::80:8		8
12		4	24
24	40		48
—	—	320	—
40	8	000	80

quarto essere 8, ne siegue che il primo debba avere 8 anni: per conseguente

Della regola del Tre, &c. te il secondo, la di cui età è tripla dell'età del primo, ne avrà 24; ed il terzo, la di cui età è doppia dell'età del secondo, ne avrà 48: e resta vero, che tutti tre abbiano 80. anni.

CCXV.

Si vuol però quì avvertire che quantunque si possa fingere qualunque numero per arrivare allo scoprimento del vero: nulla in manco acciò il calcolo sia meno imbarazzato si debba sempre prendere 1 per lo numero Falso. Così in questa istessa questione supponendo che il primo uomo abbia 1 anno, il secondo * ne avrà 3, ed il terzo ne avrà 6: e per conseguente tutti tre ne avranno 10: laddove tutti tre ne doveano avere 80: quindi istituendo questa regola del Tre; *se 10, falsa età di tutti tre, è uscita dalla falsa età del primo; 80, vera età di tutte tre, di qual numero uscirà?* e si troverà similmente, che il primo debba avere 9 anni, siccome si può vedere qui sotto.

* num. 192.

1	10:1::80:8		8
3		1	24
6	10	---	48
---	---	80	---
10	8	00	80

Della regola del Falso &c.

CCXVI.

Sia in secondo luogo proposta questa questione: *Tre uomini anno comparata in comune una casa 2700, ma non tutti hanno contribuito egualmente. Il primo non si sà quanto ha posto: il secondo ha posto due volte più del primo; ed il terzo ha posto tre volte più del secondo. Si cerca quanto ha posto ciascuno?* Fingasi che il primo abbia messo 1 ducato; il secondo dunque avrà posto 2 ducati; ed il terzo ne avrà posti 6: e perconseguente tutti tre hanno posto 9 ducati. Ma si à supposto che tutti tre hanno posto 2700 ducati: dunque è falso che il primo abbia posto 1 ducato solo.

CCXVII.

Per ritrovare ora quanti ducati abbia veramente posto il primo, si deve istituire questa regola del Trè semplice * diretta: *Se 9, falsa contribuzio-*

* num. 192.

O ne

Della regola del Falso &c. *ne di tutti tre, è uscito dal numero falso* 1. 2700 *vera contribuzione di tutti tre, da qual numero uscirà?* e si ritroverà che il primo ha contribuito 300. ducati: il secondo 600, ed il terzo 1800: siccome è notato quì sotto:

1	9 : 1 :: 2700 : 300	300
2	1	600
6	9 ------	1800
---	----- 2700	------
9	300 ..00	2700

e resta vero, che tutti tre insieme abbiano speso nella compra 2700 ducati: ciocchè può passare per una specie di *esame* di questa operazione.

CCXVIII.

Sia in terzo luogo proposta quest' altra questione. *Tre muli portano 8 tomola d' orzo, ma non tutti ne portano l' istessa quantità. Il primo non si sà quanto ne porta; il secondo si sà che porta cinque volte più di quello che porta il primo. Ed il terzo si sà che porta due volte più di quello che porta il secondo: si dimanda quanto porta*

ta ciascuno separatamente. Fingiamo che il primo porti un tomolo solo di orzo; il secondo dunque ne deve portare 5; ed il terzo 10; e per conseguente tutti tre porteranno 16. tomola; ma si e supposto che tutti tre portano solamente 8 tomola; dunque è falso che il primo ne porta uno. Della regola del Falso &c.

CCXIX.

Per ritrovare ora quanto veramente porti il primo, si deve istituire questa regola del Tre semplice * diretta. *Se* 16 *tomola sono uscite dalla posizione falsa* 1; 8 *tomola da qual posizione usciranno*? e si troverà che usciranno dalla posizione $\frac{1}{2}$, siccome si vede qui;

* num. 192.

1	16 : 1 : : 8 : $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
5		$2\frac{1}{2}$
10		5
16		8

onde si conchiuderà, che il primo mulo porta mezzo tomolo: il secondo porta due tomola e mezzo: ed il terzo cinque: resta vero che tutti tre ne portino 8;

Della regola del Falso &c. ciocchè mostra non essersi errato nell' operazione.

Della regola del Falso doppia

CCXX.

PAsseremo ora alle questioni, che si risolvono per mezzo della *regola doppia del Falso*. Sia dunque proposta questa questione: *Tre uomini anno 38 anni con questa condizione, che il secondo ha due volte l' età del primo, la quale è ignota, con due anni di più: ed il terzo hà l' età del primo, e del secondo con quattro anni di più.* Se si tenta di risolvere colla regola del *Falso semplice* questa questione, si troveranno numeri tali, che non adempiscono alle condizioni prescritte. Imperciocchè fingendo che il primo abbia 1 anno, il secondo ne avrà 4; cioè due volte l' età del primo con due anni di più: ed il terzo ne avrà 9; cioè l' età di tutte due con quattro anni di più. E secondo questo supposto tutti tre ne avranno 14; laddove tutti tre ne dovevano avere 38. Si dovrebbe

be dunque secondo la regola del *Falso semplice* * istituire questa regola del Tre. Se 14 è uscito da 1, d'onde uscirà 38? e si troverà che esce da $2\frac{5}{7}$; e per conseguente il primo dovrebbe avere anni $2\frac{5}{7}$: il secondo $7\frac{1}{7}$: ed il terzo $14\frac{1}{7}$: laonde tutti tre avranno $24\frac{2}{7}$; sicchè avendo dovuto avere 38 anni, si vede che colla regola del *Falso semplice* non si risolve bene questa questione.

Della regola del Falso &c.

* num. 214.

CCXXI.

Per risolverla dunque bisogna fare due posizioni nella maniera che siegue. Fingasi che il primo abbia 1 anno; il secondo ne avrà 4, ed il terzo ne avrà 9: e per conseguente tutti tre insieme ne avranno 14. Ma tutti tre ne dovevano avere 38: dunque si è errato di 24, il quale errore è di meno, e si segna con questo segno —; siccome si vede quì sotto.

Della regola del Falso &c.

1	38	2
4		6
9		12
----		----
14		20
---24		---18

Fingasi poi che il primò abbia 2 anni: il secondo avrà 6 anni; ed il terzo ne avrà 12; e tutti e tre 20: ma tutti tre doveano avere 38; dunque si è errato di 18 il quale errore ancora à di meno, e si segna coll'istesso segno---: li due errori dunque sono 24, e 18, e sono entrambi di meno.

CCXXII.

Fatto questo si moltiplicheranno li due errori per le due posizioni vicendevolmente, vale a dire il primo errore 24 per la seconda posizione 2, ed il secondo errore 18 per la prima posizione 1, e si avranno li prodotti 48, e 18: delli quali si prenderà la differenza 30. Finalmente si dividerà questa differenza 30 per la differenza degli errori 24; e 18, la quale è 6, e si avrà il quoziente 5, che sono gli anni del primo. Il primo dunque avrà

rà 5 anni: il secondo 12; ed il terzo 21; e resta vero che tutti tre abbiano 38 anni. *Della regola del Falso &c.*

CCXXIII.

Potrebbero le due posizioni essere tali, che entrambi gli errori fossero di più; ed allora l'operazione è del tutto l'istessa. Fingasi per esempio che il primo abbia 10 anni; ed il secondo ne avrà 22, ed il terzo ne avrà 36, e per conseguente tutti tre ne avranno 68; ma ne doveano avere 38 dunque si è fatto errore di 30, il quale errore è di più, e si segna con questo segno †, siccome si vede quì sotto.

10	38	12
22		26
36		42
---		---
68		80
†30		42†

Fingasi poi che il primo abbia 12 anni; il secondo avrà 24 anni; ed il terzo 42; e tutti tre avranno 80. Ma doveano tutti tre avere 38 anni, dunque si è errato di 42; e questo errore è parimente di più, e si segna coll' istesso segno †

se-

CCXXIV.

Della regola del Falso &c.

Fatto questo si moltiplicheranno parimente gli errori per le posizioni, ma, vicendevolmente; cioè il primo errore 30 per la seconda posizione 12, ed il prodotto sarà 360; ed il secondo errore 42 per la prima posizione 10, ed il prodotto sarà 420; poi si sottrarrà il minor prodotto 360 dal maggiore 420, e l'avanzo sarà 60. Finalmente si dividerà questo avanzo per 12, che nasce sottraendo il minore errore 30 dal maggiore 42, ed il quoziente 5 saranno gli anni del primo.

CCXXV.

O che dunque gli errori siano entrambi di meno, ovvero entrambi di più sempre l'operazione è l'istessa, e sempre si giugne a ritrovare l'istesso numero. Ma potrebbe un errore essere di più, e l'altro di meno, ed allora dove bisognava sottrarre, fa duopo solamente sommare, ed il rimanente si farà nell'istessa guisa. Così nell'istesso esempio fingendo che il primo abbia 1 anno, si perviene all'errore

24,

24, il quale è di meno. Fingendo poi che il primo abbia 10 anni si perviene all'errore 30, il quale è di più: e si segnerà il primo con questo segno ---, e l'altro con questo altro segno †, come si vede quì sotto. *Della regola del Falso &c.*

1	20
4	22
9	36
---	---
14	68
----24	†30

Fatto tutto questo si passerà a moltiplicare gli errori 24, e 30 per le posizioni 1, e 10, ma vicendevolmente; e il prodotti 240, e 30 in vece di sottrarli l'uno dall'altro si sommeranno, e la somma sarà 270. Poi si sommeranno ancora gli errori, la somma de'quali sarà 54. Finalmente si dividerà la somma 270 de'due prodotti per la somma degli errori 54, ed il quoziente 5 saranno gli anni del primo; quanto appunto si è trovato che siano cogli due errori di meno.

CCXXVI.

Sia in oltre proposta quest'altra questio-

Della regola del Falso &c.

stione : *Dimandato un Maestro quanti scolari egli avesse , rispose di non saperlo ; soggiunse però di ricordarsi che la metà de' suoi scolari insieme colla terza parte degl' istessi , ed insieme con cinque sesti delli medesimi , con 20 di più facessero* 100 . *Si vuol sapere quanti scolari egli teneva* . Fingasi che ne avesse 1 . E perchè la metà di 1 più la terza parte dell' istesso , più cinque sesti del medesimo fanno $1\frac{2}{3}$, aggiugnendo 20 a questo numero $1\frac{2}{3}$; verrebbe secondo la legge della questione il Maestro ad avere scolari $21\frac{2}{3}$: ma si è detto , che ne dovea avere 100 ; dunque si è errato di $78\frac{1}{3}$, il quale errore è di meno , e si segna così ---; siccome si vede quì sotto.

1	100	2
$21\frac{2}{3}$		$23\frac{1}{3}$
---$78\frac{1}{3}$		$76\frac{2}{3}$---

Fingasi di più che il Maestro avesse 2 scolari ; e perchè la metà di 2 , insieme colla terza parte , ed insieme con cinque seste parti fa $3\frac{1}{3}$, aggiugnendo a questo numero li 20 scolari di più , ne siegue che il Maestro dovria ave-

avere scolari $23\frac{1}{3}$. Ma si è supposto averne 100; dunque si è errato di $76\frac{2}{3}$, il quale errore è pure di meno, e si segna così --- *Della regola del Falso &c.*

CCXXVII.

Fatto questo si moltiplicheranno gli errori $78\frac{1}{3}$, e $76\frac{2}{3}$ per le posizioni 1, e 2 ma vicendevolmente, vale a dire il primo errore $78\frac{1}{3}$ per la seconda posizione 2; e l'altro errore $76\frac{2}{3}$ per la primal posizione 1: e dal prodotto maggiore $156\frac{2}{3}$ sottraggasi il prodotto minore $76\frac{2}{3}$: l'avanzo della quale sottrazione è 80. Finelmente si divida questo avanzo per la differenza de' due errori $78\frac{1}{3}$, e $76\frac{2}{3}$, la quale differenza è $1\frac{2}{3}$, ovvero $\frac{5}{3}$: e perchè dividendo 80 per $\frac{5}{3}$, (ciocchè si fa dividendo un' intiero * per un rotto) il quoziente è 48, ne siegue che il Maestro aveva 48 scolari. È di fatto la metà di 48 è 24: la sua terza parte è 16: le sue cinque seste parti sono 40; le quali tre parti 24, 16, e 40 fanno 80; al qual numero aggiuntovi 20, esce fuori il numero 100 in questione.

* num. 269.

CCXXVIII.

Della regola del Falso &c.

CCXXVIII.

Finalmente sia proposta questa questione. *Si dimanda un numero, che moltiplicato per 5, ed il prodotto aggiuntovi 3, e la somma moltiplicata per 4 faccia* 40. Fingasi *inprimo luogo che il numero in questione sia* 1. Egli moltiplicato per 5 rende 5; a cui aggiuntovi il numero 3; si compone il numero 8; il quale moltiplicato finalmente per 4 si ottiene il numero 32. Ma doveva uscire 40: dunque si è errato di 8; il quale errore è di meno, e si segna così ---

1	40	2
5		10
8		13
32		53
---8		†12

Fingasi poi che il numero sia 2. Egli moltiplicato per 5 rende 10, a cui aggiuntovi il numero 3 si comprende il numero 13, il quale moltiplicato per 4, si ottiene il numero 52. Ma doveva uscire 40; dunque si è errato di 12; il quale errore è di più, e si segna così †

CCXXIX.

CCXXIX.

Fatto questo si moltiplicheranno gli errori 8, e 12 vicendevolmente per le posizioni; vale a dire il primo errore 8 per la seconda posizione 2, e l'altro errore 12 per la prima posizione 1; e li prodotti 16, e 12 si sommeranno insieme, poichè gli errori sono quì dissimili, uno di più, e l'altro di meno: e la somma è 28. Finalmente questa somma si dividerà per la somma degli errori 8, e 12, cioè per 20: e perchè il quoziente della divisione è $1 \frac{2}{5}$, ne siegue che il numero in questione sia $1 \frac{2}{5}$. E di fatto questo numero moltiplicato per 5 dà 7: a cui aggiunto 3, si ottiene 10; il qual numero moltiplicato finalmente per 4 esce il numero ricercato 40. *Della regola del Falso &c.*

Come si conosce se una regola del Falso è semplice, ovvero doppia.

CCXXX.

PRima di terminare questo *Capo* è necessario mostrare, come si possa conoscere, se una regola del *Falso* sia *sem-*

Della regola del Falso &c. *semplice*, ovvero *doppia*, acciocchè si sappia, quali questioni si debbano risolvere per mezzo di questa. Conviene dunque sapere, che quelle questioni si possono risolvere per mezzo della regola del *Falso semplice*, nelle quali si vanno ricercando numeri, che sono fra di loro in qualche ragione conosciuta, e determinata, che possa esprimersi per mezzo di certi numeri; come se vien proposto *a ritrovare tre numeri eguali a 45, il primo de' quali sia un terzo del secondo, ed il secondo sia tre quinti del terzo*, la questione appartiene alla regola del *Falso semplice*: imperciocchè li tre numeri ricercati sono fra di loro nell' istessa ragione di 1. 3. e 5. Risoluta dunque la suddetta questione colla * regola del *Falso semplice*, si troverà che li numeri sono 5. 15. e 25: e di fatto questi numeri uniti insieme fanno 45, e sono tali, che il primo è un terzo del secondo, e il secondo è $\frac{3}{5}$ del terzo.

* num. 214.

CCXXXI.

Ma quelle questioni, nelle quali si van-

vanno ricercando numeri, che non so- Della regola del Falso &c.
no fra di loro in qualche ragione co-
nosciuta, e determinata, che possa
esprimersi per mezzo di certi numeri si
debbono risolvere colla regola del *Falso doppia*; Come se vien proposto *a ritrovare tre numeri eguali a 58, il secondo de' quali sia due volte il primo, con tre unità di più, e il terzo sia tre volte il secondo, con una unità di più*; la questione appartiene alla regola del *Falso doppia*; imperciocchè li tre numeri ricercati non anno una ragione conosciuta, che possa esprimersi per due numeri, a cagione delle unità aggiunte. Risoluta dunque la suddetta questione colla regola * del *Falso doppia*, si troverà che li numeri sono 5. 13. e 40: e di fatto questi tre numeri sono eguali a 58, ed il secondo è due volte il primo con tre unità di più: ed il terzo è tre volte il secondo con una unità di più.

* num. 221.

CCXXXII.

Ma si vuol'avvertire, che tutte le questioni, le quali si possano risolvere colla regola del *Falso semplice*, si possano

Della regola della Società &c. sano ancora risolvere colla regola del *Falso doppia*; quantunque quelle, che di loro natura appartengono alla regola del *Falso doppia*, non possano risolversi colla regola del *Falso semplice*. E la ragione si è, che la regola del *Falso semplice* si contiene nella regola del *Falso doppia*; ma la regola del *Falso doppia* non si contiene nella *semplice*, per essere questa assai meno generale di quella.

CAPO TERZO.

Della Regola della Società, e delle diverse specie di essa.

CCXXXIII.

Con questa regola, che si chiama *della Società*, sogliono i mercatanti dividersi proporzionalmente il guadagno, ovvero la perdita, che si è fatta in comune. Per esempio *due mercatanti hanno negoziato insieme, ed uno di essi ha impiegati nel negozio* 135 *ducati, e l'altro ci ha impiegati* 248. *ducati: fingendo dunque che abbiano o gua-*

guadagnati, o perduti 68 ducati, si dimanda quanto toccherà a ciascuno di guadagno, o di perdita? Cotesta questione si risolve colla regola *della Società*, di cui ragioneremo in questo *Capo terzo*. *Della regola della Società, & c.*

Divisione della Regola della Società in due specie.

CCXXXIV.

LA regola *della Società* si divide in due specie, che sono regola *della Società semplice*, e regola *della Società composta*. Nascono queste due specie da questo, che la regola può essere proposta senza la giunta del tempo, e colla giunta del tempo. Nel primo caso la regola è *semplice*, nell' altro caso è *composta*.

Della Regola della Società semplice.

CCXXXV.

LA regola *della Società semplice* si propone senza giunta di tempo così. *Tre persone hanno negoziato insieme, ed il primo ha messi nel negozio*

Della regola della Società &c. *56 ducati; il secondo ha posti 112 ducati; ed il terzo ha posti 336 ducati, col qual denaro si sono guadagnati 117 ducati. Si domanda quando deve darsi al primo, quanto al secondo, e quanto al terzo?* Qui si suppone, che tutti tre siano entrati nel negozio nell'istesso tempo, il quale tempo perciò non merita di essere considerato.

CCXXXVI.

Per risolvere questa questione, fa duopo sommare insieme tutto il denaro, che li tre mercatanti anno impiegato nel negozio; vale a dire bisogna unire in una somma 56, 112, e 336; la qual somma è 504. Fatto questo si debbono istituire tante regole del Tre semplici * dirette, quante sono le persone, le quali anno negoziato insieme, cioè tre nell' esempio proposto. La prima regola sarà questa. *Se con 504 ducati si sono guadagnati 117 ducati: quando si guadagnerà con 56 ducati?* La seconda sarà quest' altra. *Se con 504 ducati si sono guadagnati 117 ducati: quanto si guadegnerà con 112 ducati?* E finalmente la

* num. 192.

la terza farà questa. *Se con 504 ducati si sono guadagnati 117 ducati? quanto si guadagnerà con 336 ducati?* e si troverà * che il guadagno corrispondente a 56 ducati sia 13; il guadagno corrispondente a 112 ducati sia 26; e finalmente il guadagno corrispondente a 336 ducati sia 78. Laonde a colui, che ha posti 56 ducati toccheranno 13 ducati di guadagno. A colui, che a posti 112 ducati toccheranno 26 ducati: e finalmeute a colui, che ha posti 336. ducati toccheranno 78 ducati. E perchè 13, 26, e 78, che sono li guadagni parziali, sommati insieme restituiscono il guadagno totale, il quale si è detto che fosse 117 ducati, ne siegue che non si è errato nell'operazione.

Della regola della Società, &c.

* *num.* 191.

CCXXXVII.

Similmente se viene proposta questa questione. *Due persone hanno negoziato insieme, ed il primo ha messi 325 ducati, e l'altro 588, ed anno perduto nel negozio 83 ducati: si dimanda quanto toccherà a ciascuno di perdita?* Si dovrà essa risolvere per mezzo della

Della regola della Società &c. regola *ſemplice della Società* nella maniera, che ſiegue. Si uniſcano in una ſomma li 325, e 588 ducati, che li due mercatanti anno meſſi in negozio, e la ſomma ſarà 913. Poi ſi iſtituiſcano queſte due regole del Tre; cioè *ſe con 913 ducati ſi ſono perduti 83 ducati: con 325 ducati quanto ſi perderà?* e poi *ſe con 913 ducati ſi ſono perduti 83 ducati: con 588 ducati quanto ſi perderà?* e ſi troverà * che la perdita corriſpondente a 325 ducati ſiano 29 ducati 54 grana, e 6 cavalli in circa; E la perdita proporzionata a 588 ducati ſiano 53 ducati, 45 grana, e 5 cavalli in circa. Il perchè a colui, il quale ha poſto 325 ducati, toccheranno di perdita 29. 54. 6; ed a colui, il quale ha poſti 588 ducati toccheranno di perdita 53. 45. 5. E perchè le due perdite parziali ſommate inſieme reſtituiſcono la perdita totale di 83 ducati; ne ſiegue che non ſi ſia errato nell' operazione.

* num. 192.

Del-

Della Regola della Società composta. Della regola della Società, &c.

CCXXXVIII.

LA regola della *Società composta* si propone colla giunta del tempo così. *Tre persone anno negoziato insieme, e non solo anno impiegate nel negozio diverse somme di denaro, ma ancora i tempi, ne' quali essi sono entrati a parte nel negozio, sono diseguali: vale a dire il primo ha messi* 18 *ducati per lo spazio di* 3 *mesi: il secondo ha messi* 54 *ducati per lo spazio di* 6 *mesi; ed il terzo* 108 *ducati per lo spazio di* 9 *mesi, col qual denaro anno guadagnati* 375 *ducati: si dimanda quanto toccherà di guadagno a ciascuno?*

CCXXXIX.

Per risolvere questa questione fa duopo moltiplicare ciascuna somma di denaro per lo suo tempo corrispondente; vale a dire prima 18 per 3: poi 54 per 6; e finalmente 108 per 9; e si avranno li prodotti 54, 324 e 972. Fatto questo la regola di *Socie-*

* num. 192. tà composta sarà ridotta * a *Società semplice*. Imperciocchè si dovrà vedere quanto tocchi di guadagno al primo, che ha posti 54 ducati; quanto al secondo, il quale ha posti 324 ducati: e quanti al terzo, il quale ha posti 972 ducati.

Della regola della Società &c.

CCXL.

Si sommeranno dunque li tre numeri 54, 324, e 972, e la somma sarà 1350. Poi si istituiranno queste tre regole del Trè. *Se con* 1350 *ducati si sono guadagnati* 375 *ducati; quanto si guadagnerà con* 54 *ducati?* Poi *se con* 1350 *ducati si sono guadagnati* 375 *ducati: quanto si guadagnerà con* 324 *ducati?* E finalmente *se con* 1350 *ducati si sono guadagnati* 375 *ducati quanto si guadagnerà con* 972 *ducati?* * num. 192. E si troverà * che il guadagno corrispondente a 54 ducati sia 15 ducati: il guadagno corrispondente a 324 ducati sia 90 ducati; e finalmente che il guadagno corrispondente a 972 ducati sia 270 ducati. Onde a colui, il quale ha messi 18 ducati per lo spazio di 3 mesi, toccheranno 15 ducati di guadagno; ed a colui; che ha messi

54

54 ducati per lo spazio di 6 mesi toccheranno di guadagno 90 ducati; e finalmente a colui, il quale ha messi 108 ducati per lo spazio di 9 mesi toccheranno di guadagno 270 ducati. Della regola della Società, &c.

CCXLI.

Similmente se vien proposta la questione seguente: *due persone anno negoziato insieme, ed han posto il primo 25 ducati per lo spazio di 7 mesi, il secondo 34 ducati per lo spazio di 11 mesi, ed anno perduto nel negozio 54 ducati si dimanda quanto toccherà a ciascuno di perdita?* Si dovrà moltiplicare ciascuna somma di denaro per lo suo tempo corrispondente: vale a dire 25 per 7, e 34 per 11, e li prodotti saranno 175, e 374. Poi dovranno sommarsi insieme i suddetti due prodotti 175, e 374, e la somma di essi sarà 549. Finalmente si dovranno istituire le due seguenti regole del Tre. *Se con 549 ducati si sono perduti 54 ducati, quanto si perderà con 175 ducati? E se con 549 ducati si sono perduti 54 ducati, quanto si perderà con 374 ducati?* e si troverà

 che

* num. 192. che la perdita proporzionata * a ducati 175 ſia ducati 17 grana 21, e 3 cavalli in circa; e che la perdita proporzionata a 374 ducati ſia 36 ducati, e 78 grana, e 8 cavalli in circa. Onde a colui, il quale ha meſſi 25 ducati per lo ſpazio di 7 meſi, toccheranno di perdita 17: 21: 3: ed a colui il quale ha meſſi 34 ducati per lo ſpazio di 11 meſi toccheranno di perdita 36: 78: 8; la ſomma delle quali perdite rende la perdita totale di 54 ducati: ciocchè può paſſare per una ſpecie di *Eſame* di queſta operazione.

Della regola dell' Allegazione.

CAPO QUARTO.

Della Regola dell' Allegazione.

CCXLII.

FInalmente dovremo in queſto *Capo*, ſecondo l'ordine ſtabilito nel principio di queſta *Sezione*, trattare della *regola dell' Allegazione*. Queſta regola ha luogo nella riſoluzione delle queſtioni di queſta ſorte. *Una libra di pepe coſta 2 carlini, ed una libra di cannella coſta 14 carlini. Se dunque ſi vuol' ave-*

avere una libra parte di pepe, e parte di cannella con 11 *carlini, si dimanda quanto toccherà di pepe, e quanto di cannella?* Ovvero *un rotolo di rame costa* 6 *carlini, un rotolo di piombo costa un carlino, ed un rotolo di ottone costa* 9 *carlini. Se dunque si vuol' avere un rotolo parte di rame, parte di piombo, e parte di ottone con* 8 *carlini, si dimanda quanto toccherà di rame, quanto di piombo, e quanto di ottone?* delle quali la prima appartiene alla *regola semplice dell' Allegazione*, e la seconda alla *composta*. *Della regola dell' Allegazione.*

CCXLIII.

Imperciocchè convien sapere; che la regola dell' *Allegazione* talvolta è *semplice*, e talvolta è *composta*. E' semplice allora quando nella questione sono proposti due prezzi da compararsi con un prezzo mezzo: come nella prima questione; nella quale sono proposti due prezzi, l' uno per pepe, e l' altro per la cannella, li quali sono 2, e 14; ed il prezzo mezzo è 11, il quale si chiama *mezzo*, perchè è minore

Della regola dell' Allegazione. nore di 14, e maggiore di 2. E' poi composta allora quando nella questione sono proposti più di due prezzi da compararsi con un prezzo mezzo; come nella seconda questione, nella quale sono proposti tre prezzi, il primo per la rame, il secondo per lo piombo, e il terzo per l'ottone, li quali sono 6, 1, e 9, ed il prezzo mezzo 8, il quale si chiama *mezzo*, perchè è maggiore del minimo prezzo 1, e minore del massimo 9.

Della Regola semplice dell' Allegazione.

CCXLIV.

PEr cominciare dalle questioni, che appartengono alla *regola semplice dell' Allegazione*, sia proposta questa questione. *Una libra di argento perfetto costa* 14 *ducati, ed una libra di argendo meno perfetto costa* 9 *ducati. Se dunque con* 11 *ducati vuole una libra dell' una, e dell' altra sorte di argento, si cerca quanto toccherà della*

la prima sorta, e quanto dell' altra sorta? Per risolvere questa questione fa duopo paragonare li due prezzi dati 14, e 9 col prezzo mezzo, il quale prezzo è 11, a vedere quanto quelli differiscano da questo; e si troverà che le differenze sono respettivamente 3 e 2; delle quali la prima si metterà a lato del secondo prezzo, e la seconda *viceversa* a lato del primo, siccome si vede quì sotto: *D'la regola dell' Aligazione.*

	14	2
11	9	3
		5

Fatto questo si sommeranno insieme le due differenze 2, e 3: e perchè la somma di esse è 5, si fingerà la libra di argento divisa in cinque parti eguali, e si dirà che con 11 ducati si avranno $\frac{2}{5}$ di una libra di argento perfetto, e $\frac{3}{5}$ di una libra di argento meno perfetto; dove si deve avvertire, che li numeratori delle due frazioni sono l'istesse differenze 2, e 3, le quali sommate insieme fanno il denominatore 5.

CC-

CCXLV.

Delle regole dell' Alligazione.

Per assicurarsi poi che non si sia errato nell'operazione, si farà così. Bisognerà vedere se $\frac{2}{5}$ di libra della prima sorte di argento a 14 carlini la libra, e $\frac{3}{5}$ di libra dell' altra sorte a 9 carlini la libra costino 11 carlini. Imperciocchè se costano tanto, non si sarà commesso alcuno errore; e quando nò, bisognerà rifare da capo tutta l' operazione. Così perchè $\frac{2}{5}$ di libre a 14 carlini la libra costano carlini 5 $\frac{3}{5}$; e $\frac{3}{5}$ di libra a 9 carlini costano carlini 5 $\frac{2}{5}$, li quali prezzi sommati insieme fanno 11 carlini, ne siegue, che non si sia commesso alcuno errore nella soluzione della questione.

CCXLVI.

Sia in oltre proposta quest' altra questione. *Una libra di cannella costo 15 carlini, ed una libra di garofani costa 23 carlini. Se dunque con 19 carlini si vuol comprare una libra parte di cannella, e parte di garofani si cerca quanto toccherà di cannella, e quando di garofani?* Per risolvere quest'altra questione fa duopo paragonare li due prezzi dati 15, 23

col

col prezzo mezzo 19, a vedere quanto quelli differiscano da questo; e si troverà che queste differenze sono 4, e 4, la prima delle quali si metterà a lato del secondo prezzo, e la seconda a lato del primo, siccome si vede quì sotto:

Della regola dell' Alligazione.

	15	4
19	23	4
		8

Fatto questo si sommeranno insieme le due differenze 4, e 4; e perchè la loro somma è 8, si fingerà la libra divisa in otto parti eguali, e si dirà che con 19 carlini si avranno $\frac{4}{8}$, ovvero $\frac{1}{2}$ di libra di cannella, ed ancora $\frac{4}{8}$, ovvero $\frac{1}{2}$ di libra di garofani.

CCXLVII.

Per assicurarsi poi, che non si sia errato nell'operazione, si farà così. Bisognerà vedere se $\frac{1}{2}$ di libra di cannella, a 15 carlini la libra, ed $\frac{1}{2}$ di libra di garofani a 23 carlini la libra costino 19 carlini. Imperciocchè se costano tanto, non si sarà erraro nell'operazione; quando nò si sarà commesso qualche errore, e bisognerà rifare da capo tutta l' opera-

zio-

Della regola dell' Alligazione. zione. Così perchè mezza libra di Cannella a 15 carlini la libra costa carlini $7\frac{1}{2}$, e mezza libra di garofani a 23 carlini costa carlini $11\frac{1}{2}$, li quali uniti insieme fanno 19 carlini, che è il prezzo mezzo, ne siegue, che non si sia errato nell'operazione.

CCXLVIII.

Finalmente sia proposta questa questione. *Un barile di moscadello costa 32 carlini, ed un barile di Greco costa 20 carlini. Se dunque si volesse con 27 carlini avere un barile di moscadello, e di Greco, si dimanda quanto toccherà di moscadello, e quanto di Greco?* Per risolvere questa questione fa duopo paragonare entrambi i prezzi 32, e 20 del moscadello, e del Greco col prezzo mezzo 27, a vedere quali siano le differenze di quelli da questo; le quali differenze si troveranno 5, e 7, e si noteranno la prima a lato del secondo prezzo 20, e la seconda *viceversa* a lato del primo prezzo 32, siccome vedesi quì sotto:

32

Della regola dell' Allegazione.

$$27 \begin{array}{c|c} 32 & 7 \\ 20 & 5 \end{array}$$

12

Poi si sommeranno insieme le due differenze 7, e 5, la somma delle quali è 12, e si comporranno delle suddette differenze 7, e 5, e dalla loro somma 12 queste due frazioni $\frac{7}{12}$, e $\frac{5}{12}$: e si dirà che con 27 carlini si avranno *sette duodecimi* di un barile di moscadello, che sono 35 carrafe, *cinque duodecimi* di un barile di Grèco, che sono 25 caraffe.

CCXLIX.

Per accertarsi poi, che non si sia errato nell' operazione, si deve veder se *sette duodecimi* di un barile di moscadello, e *cinque duodecimi* di un barile di Greco costino 27 carlini, nel supposto però che il moscadello si compra a 32 carlini il barile, ed il Greco a 20. Perchè dunque *sette duodecimi* d'un barile di moscadello a 32 carlini il barile costano carlini 18 $\frac{2}{3}$; e *cinque duodecimi*

di

Della regola dell' Allegazione. di un barile di Greco a 20 carlini il barile costano carlini 8 $\frac{1}{3}$, la somma de' quali è il prezzo mezzo 27, ne siegue che non si sia errato nell' operazione.

Della Regola composta dell' Allegazione.

CCL.

LA regola dell'*Allegazione composta* ha luogo quando più di due prezzi si devono paragonare con un prezzo mezzo. Come per esempio se vien proposta questa questione. *Una libra di pepe costa 3 carlini; una libra di cannella costa 13 carlini; ed una libra di garofani costa 20 carlini; se dunque con 13 carlini si vuol avere una libra parte di pepe, parte di cannella, e parte di garofani, si cerca quanto toccherà di ciascuna sorte di queste droghe?* Per risolvere questa questione fa duopo paragonare tutti i prezzi a due a due col prezzo mezzo, e notare le differenze a lato de' suddetti prezzi, ma vicendevolmente; siccome si vede quì sotto

3

	3	07
13	13	10
	20	10
		27

Della regola dell' Allegazione.

dove primieramente sono stati comparati i primi due prezzi 3, e 13 col prezzo mezzo 13, e le loro differenze rispettive 10, e 0 sono state scritte a lato de' suddetti prezzi 3 e 13, ma vicendevolmente; vale a dire la prima differenza 10 a lato del secondo prezzo 13, e la seconda differenza 0 a lato del primo prezzo 3. Poi sono stati paragonati il primo prezzo 3, ed il terzo 20 coll'istesso prezzo mezzo 13, e le loro differenze rispettive 10 e 7 sono state notate a lato de' suddetti prezzi, ma vicendevolmente, vale a dire la differenza 7 a lato di 3.

CCLI.

Fatto questo si sommeranno le quattro differenze 0. 7. 10, e 10, la somma delle quali è 27, e si comporranno dalle suddette differenze corrispondenti a tre prezzi (coll' avvertenza però di sommare insieme le diffe-

 ren-

Della regola dell' Alligazione.

renze, le quali appartengono all'istesso prezzo, se pure alcuno n' abbia molte), e dalla loro somma le tre frazioni $\frac{7}{27}$, $\frac{10}{27}$, e $\frac{10}{27}$, ed si dirà che con 13 carlini si avranno *sette ventisettesimi* di una libra di pepe: *dieci ventisettesimi* di una libra di cannella; e *dieci ventisettesimi* di una libra di garofani li quali rotti uniti insieme formano una libra intiera.

CCLII.

Per accertarsi poi che non si sia errato nell'operazione, si deve vedere se *sette ventisettesimi* di una libra di pepe a 3 carlini la libra, *dieci ventisettesimi* di una libra di cannella a 13 carlini la libra, *e dieci ventisettesimi* di una libra di garofani a 20 carlini la libra costino 13 carlini, che è il prezzo mezzo. Imperciocchè se costano tanto, non si sarà errato nell'operazione; se costano più, o meno si farà commesso qualche errore, e bisognerà rifare l' operazione da capo. Perchè

chè dunque *sette ventisettesimi* di una libra di pepe a 3 carlini la libre costano *ventuno ventisettesimi* di un carlino: *dieci ventisettesimi* di una libra di cannella a 13 carlini la libra costano 4 carlini e *ventidue ventisettesimi* di un carlino: e finalmente *dieci ventisettesimi* di una libra di garofani a 20 carlini la libra costano 7 carlini, ed *undeci ventisettesimi* di un carlino, che tutt'insieme fanno 13 carlini, ne siegue che non si sia errato nell' operazione. Della regola dell' Alligazione.

CCLIII.

Potrebbe quest'istessa questione resolversi di un'altra maniera, paragonando in tutte le maniere possibili, ed a due a due i prezzi dati col prezzo mezzo, e notando a lato de' detti prezzi scambievolmente le differenze; vale a dire paragonando prima 3, e 13 con 13, poi 3 e 20 con 13 (ciocchè si è fatto nella soluzione antecedente); e finalmente 13, e 20 con 13 (ciocchè non è stato fatto nella soluzione antecedente); e perchè le differenze, che escono dal paragonare i suddetti

 prez-

Della regola dell' Allegazione. prezzi col prezzo mezzo sono rispettivamente 10 e 0, 10 e 7, 0 e 7, si noteranno queste differenze a lato di essi prezzi, ma vicendevolmente, siccome si vede quì sotto:

	3	0	7	7
13	13	10	7	17
	20	10	0	10
				34

d' onde apparisce, che al primo prezzo corrispondono due differenze 0 e 7 la somma delle quali è 7; al secondo prezzo corrispondono dua altre differenze 10, e 7, la somma delle quali è 17; e finalmente al terzo prezzo corrispondono pure due differenze 10 e 0 la somma delle quali è 10.

CCLIV.

E perchè la somma di tutte le differenze è 34, da questa somma, e dalle suddette differenze si comporranno le tre frazioni seguenti $\frac{7}{34}$, $\frac{17}{34}$, e $\frac{10}{34}$, e si dirà che con 13 carlini si avranno *settetrentaquattresimi* d' una libra di pepe; *diacessette*

sette trentaquattresimi d'una libra di cannella; e *dieci trentaquattresimi* d' una libra di garofani, le quali quantità sono diverse da quelle, che sono state ritrovate nella soluzione antecedente.

Della regola dell' Allegazione.

CCLV.

Per accertarsi poi che non si sia errato nella soluzione, si dovrà esaminare le *sette trentaquattresimi* d'una libra di pepe, *diciassette trentaquattresimi* d'una libra di cannella, e *dieci trentaquattresimi* d'una libra di garofani costino 13 carlini nel supposto però, che il pepe si compri a 3 carlini la libra, la cannella a 13, e li garofani a 20. E perchè si trova che la porzione del pepe costa *ventuno trentaquattresimi* d'un carlino, la porzione della cannella costa carlini 6, e *diciassette trentequattresimi* d' un carlino, e finalmente la porzione de' garofani costa 5 carlini, e *trenta trentaquattresimi* d'un carlino, le quali somme unite insieme restituiscono il prezzo mezzo 13, ne siegue che non si sia errato nell'operazione.

CCLVI.

Della regola dell' Allegazione.

Sia in oltre proposta questa questione. *Un rotolo di mele costa due grana; un rotolo di uva costa 4 grana: un rotolo di fichi costa 6 grana; un rotolo di pere costa 6 grana; e un rotolo di datteri costa 18 grana; Se dunque con 12 grana si vuol avere un rotolo di mele, di uva, di fichi, di pere, e di datteri, si dimanda quanto toccherà di ciascuna sorta de' suddetti frutti?* Per risolvere questa questione fa duopo paragonare a due a due li prezzi dati, che sono 2. 4. 6. 9. e 12 col prezzo mezzo 12. a vedere quali siano le differenze di quelli da questo. Nell' istituire però questo paragone fa duopo eliggere quelle coppie di prezzi, l'uno de' quali sia minore di 12, e l'altro sia maggiore dell'istesso 12, vale a dire del prezzo mezzo. Laonde in questo esempio 2 e 4 non si possono paragonare con 12, nè 2 e 6, nè 2 e 9, nè 4 e 9, nè 6, e 9, perciocchè tutti questi prezzi sono minori di 12: e perciò si dovranno i prezzi 2. 4. 6. e 9 cambinare

re solamente col 18 per poterli paragonare col prezzo mezzo 12. E perchè le differenze de' prezzi 2 e 18 dal prezzo mezzo 12 sono 10 e 6, si scriverranno esse a lato de' suddetti prezzi, ma vicendevolmente, cioè 10 a lato di 18, e 6 a lato di 2. E l' istesso si farà nel paragonare li prezzi 4 e 18 con 12, 6 e 18 con 12, e finalmente 9 e 18 con 12, siccome si può vedere notato quì sotto;

Della regola dell' Allegazione.

	2	6	6
	4	6	6
12	6	6	6
	9	6	6
	18	10. 8. 6. 3.	27
			51

d'onde apparisce, che alli primi quattro prezzi corrisponde una sola differenza: la quale è 6: ma che all' ultimo nè gli corrispondono quattro, vale a dire 10. 8. 6, e 3, la somma delle quali è 27.

CCLVII.

E perchè la somma di tutte le differenze è 51, da questa somma, e dalle

Della regola dell' Alligazione.

suddette differenze si comporranno cinque frazioni, che avranno per numeratori li numeri 6. 6. 6. 6. e 27 respettivamente, e per denominatore comune 51, e si dirà che con 12 grana si avranno *sei cinquantunesimi* di un rotolo di mele, altrettanti di uva, altrettanti di fichi, altretanti di pere, e finalmente si avranno *ventisette cinquantunesimi* di un rotolo di datteri; che uniti insieme fanno un rotolo solo.

CCLVIII.

Per accertarsi poi, che non si sia errato nell'operazione, si dovrà vedere se *sei cinquantunesimi*, che sono *due diciassettesimi* d'un rotolo di mele a due grana il rotolo; *due diciassettesimi* d'un rotolo di uva a quattro grana il rotolo; *due diciassettesimi* d'un rotolo di fichi a sei grana il rotolo; *due diciassettesimi* d'un rotolo di pere a nove grana il rotolo; e finalmente *nove diacessettesimi* d'un rotolo di datteri a diciotto grana il rotolo; costino 12 grana, che è il prezzo mezzo imperciocchè se costano tanto, non si sarà errato nell'operazione, se costano più, o meno, si sarà errato nella soluzione della que-

questione, e bisognerà rifarla da capo. E perchè quì *due diciassettesimi* d'un rotolo di mele a due grana il rotolo costano *quattro diciassettesimi* d'un grano; e *due diciassettesimi* d'un rotolo d'uva a quattro grana, altrettanti di fichi a sei grana, ed altrettanti di pere a nove grana, costano rispettivamente *otto diciassettesimi*; *dodici diciassettesimi, diciotto diciassettesimi*, e finalmente *nove diciassettesimi* d'un rotolo di datteri, a diciotto grana il rotolo costano *cento sessantadue diciassettesimi* d' un grano, che uniti insieme fanno *ducento e quattro diciassettesimi* di grana, ovvero 12 grana, le quali sono il prezzo mezzo; ne siegue che non si sia errato nell'operazione. Del rimanente che il rotto *dugento e quattro diciassettesimi* di grana faccia 12 grana, si scorgerà del dividere il numeratore 204 per lo denominatore 17; imperciocchè uscirà fuori il quoziente 12.

Della regola dell' Allegazione.

SEZIO-

Del quadrato e del cubo, &c.

SEZIONE QUARTA.

Dell'estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

CCLIX.

FInalmente in questa quarta, ed ultima *Sezione* mostreremo, come si possa estrarre la radice così quadrata, come, cubica da qualsivoglia numero proposto: e di più perchè avviene bene spesso, che il numero proposto non sia quadrato o cubo perfetto, diremo ancora quel che si deve fare quando avanza alcuna cosa per potersi accostare quanto più si può alla vera radice quadrata o cubica, che si va cercando.

CAPO PRIMO.

Del quadrato e del cubo; della radice quadrata e della radice cubica.

CCLX.

QUadrato si chiama ogni numero, il quale si può intendere formato dalla moltiplicazione d' un altro numero per se stesso: come il numero

mero 9 è quadrato; imperciocchè nasce dal moltiplicare il numero 3 per se stesso: il numero 81 è quadrato; perchè nasce dal moltiplicare il numero 9 per se stesso: il numero $6\frac{1}{4}$ è quadrato, perchè nasce dal moltiplicare il numero $2\frac{1}{2}$ per se stesso. Ma il numero 10 non è quadrato, perchè non ci è numero alcuno, che moltiplicato per se stesso possa produrre il suddetto numero 10: e similmente $20\frac{1}{2}$ non è quadrato; perciocchè non ci è alcun numero, che moltiplicato per se medesimo possa produrle. *Del quadrato e del cubo, &c.*

CCLXI.

Viceversa quel numero, che moltiplicato per se medesimo produce il quadrato, si chiama *radice quadrata* dell'istesso numero. Quindi siccome 9 è il quadrato di 3, così *viceversa* 3 è la radice quadrata di 9: e siccome 81 è il quadrato di 9, così *viceversa* 9 è la radice quadrata di 81. Ma il numero 10, perchè non è quadrato, non ha radice quadrata; siccome ancora non ha radice quadrata il numero $20\frac{1}{2}$, per l'istessa ragione. Si vuol però avvertire,

Del quadrato e del cubo, &c. tire, che in questi numeri non quadrati ha luogo la *radice prossima*. Così la radice quadrata prossima di 10 e 3; perchè il suo quadrato 10 è immediatamente sotto al dato numero 9. Così ancora la radice quadrata prossima di 79 è 8; perchè il suo quadrato 64 è immediatamente sotto al 79: e chi prendesse 10 per radice prossima di 79 errarebbe; perchè il suo quadrato 81 è meggiore di 79.

CCLXII.

Per formare dunque il quadrato di un numero, si deve *questo numero moltiplicare per se stesso*. Così dovendosi formare il quadrato di 391, fa duopo moltiplicare 391 per 391; e perchè il prodotto è 152881, ne siegue che il detto numero 152881 sia il quadrato di 391. E similmente perchè moltiplicando 456 per 456 si produce 207936, sarà il numero 207936 il quadrato di 456.

CCLXIII.

Cubo poi si chiama ogni numero, che si può intendere formato dalla moltiplicazione di un numero quadrato per la sua

ſua radice. Come il numero 8 è cubo; imperciocchè naſce dal moltiplicare il quadrato 4 per la di lui radice 2: il numero 27 è cubo, perchè naſce dal moltiplicare il quadrato 9 per la di lui radice 3. Il numero $15\frac{5}{8}$ è cubo, perchè naſce dal moltiplicare il quadrato $6\frac{1}{4}$ per la di lui radice $2\frac{1}{2}$. Ma il numero 30 non è cubo, perchè non ci è numero alcuno quadrato, che moltiplicato per la di lui radice poſſa produrlo. E ſimilmente il numero $50\frac{1}{2}$ non è cubo, non potendoſi ritrovare alcun numero quadrato, che moltiplicato per la di lui radice poſſa rendere il ſudetto numero $50\frac{1}{2}$. *Del quadrato e del cubo, &c.*

CCLXIV.

Viceverſa quel numero, che moltiplicato per lo ſuo quadrato produce il cubo, ſi chiama *radice cubica* dell'iſteſſo numero. Quindi ſiccome 8 è il cubo di 2, così al contrario 2 ſarà radice cubica di 8: e ſiccome 27 è il cubo di 3, così *viceverſa* 3 ſarà la radice cubica di 27. Ma il numero 30, perchè non è cubo, non ha radice cubica; e ſimilmente il numero $50\frac{1}{2}$,

non

Del quadrato e del cubo, &c.

non essendo cubo, nemmeno ha radice cubica. E quì parimente si vuol avvertire, che in questi numeri non cubici ha luogo la *radice cubica prossima*. Così la radice cubica prossima di 12 è 2, perchè il di lui cubo 8 è immediatamente minore di 12; e chi prendesse per radice cubica prossima il numero 3 errarebbe; perchè il suo cubo 27 supera 12. E così similmente la radice cubica prossima di 100 è 4, perchè il di lui cubo 64 è immediatamente sotto il numero 100.

CCLXV.

Per formare dunque il cubo d'un numero dato, *bisogna moltiplicare l' istesso numero dato per se stessa, acciocchè si abbia il quadrato: e poi fa duopo moltiplicare il quadrato già formato per la di lui radice*. Così dovendosi formare il cubo di 18, si moltiplicherà primieramente il numero 18 per se medesimo, e si avrà il quadrato 324; poi si moltiplicherà questo quadrato 324 di nuovo per 18, ed il prodotto 5832 sarà il cubo di 18. Similmente perchè moltiplicando 81 per

81

81 si produce il quadrato 6561; e poi moltiplicando il quadrato 6561 per la sua radice 81 si produce il numero 531441, ne siegue che questo numero sia il cubo di 81. *Del quadrato e del cubo, &c.*

CAPO SECONDO.

Dell'Estrazione della Radice quadrata.

CCLXVI.

Dimostrata la maniera di formare il quadrato ed il cubo di qualsivoglia numero dato, fa duopo ora spiegare come si possa estrarre la radice quadrata di qualsivoglia dato numero, riserbandoci di parlare dell' estrazione della radice cubica nel *Capo quarto*. Sia dunque proposta di ritrovare la radice quadrata del numero 2401, vale a dire sia proposto * di ritrovare un numero, che moltiplicato per se medesimo produca o esattamente, o prossimamente il numero 2401. Si metta primieramente sotto la prima figura 1 (cominciando dalla parte destra) un punto, ed un altro se ne metta sotta la ter- *num. 261.*

Dell' estrazione della radice quadrata.

za figura 4: e se il numero dato costasse di più figure si mettano ancora i suoi punti sotto la quinta, settima, nona figura, &c. vale a dire sotto a tutte le figure che occupano i luoghi spari 1. 3. 5. 7. 9. 11, &c.

CCLXVII.

Fatto questo si cerchi la radice o esatta, o prossima fino all'ultimo punto; come nel nostro esempio si cerchi la radice di 24; la quale è 4, e si noti a sinistra del numero 2401: e perchè il di lui quadrato è 16, sottratto questo quadrato da 24, l'avanzo sarà 8, il quale si deve notare sotto alla figura 4, siccome vedesi quì sotto:

49	2401
89	. .
	801
	000

CCLXVIII.

Passando più innanzi, si aggiugnerà all' avanzo 8 la figura seguente 0, e se ne comporrà il numero 80; Si duplicherà la radice già ritrovata 4, ed il doppio 8 si scriverà sotto l' istessa radice 4, per lo qual doppio si dividerà

derà il suddetto numero 80: e perchè il quoziente della divisione è 9., si metterà questo quoziente così appresso la radice 4, come appresso il suo doppio 8, se ne comporranno i numeri 49, ed 89. Finalmente si moltiplicherà il secondo numero 89 per lo quoziente 9, ed aggiunta prima l ultima figura 1 del numero proposto ad 80, si sottrarrà dal numero 801 il prodotto, che nasce dalla suddetta moltiplicazione, il qual prodotto è 801, e perche l' avanzo è 0, ne siegue che il numero 49 sia la vera e giusta radice del numero proposto 2401 senza che resti alcuna cosa: e di fatto 49 moltiplicato per se medesimo rende il suddetto numero 2041, il quale perciò è un quadrato perfetto.

Dell' estrazione della radice quadrata.

CCLXIX.

Sia inoltre proposto di ritrovare la radice quadrata del numero 38456. Si mettano i punti sotto la prima, terza, e quinta figura; vale a dire sotto 6, 4, e 3, si cerchi la radice prossima fin all' ultimo punto, vale a dire di 3, la quale è 1, e notisi questa ra-

 dice

Dell' estrazione della radice quadrata.

dice a sinistra dell' istesso numero, sicome si vede quì sotto, dove tutta l' operazione è posta in disteso.

196	38456
29	. . .
386	284
	2356
	. . 40

CCLXX.

Poi si formi il quadrato della radice 1, il quale è 1, e si sottragga da 3, e l' avanzo 2 si noti sotto il suddetto numero 3, al quale s' aggiunga la seguente nota 8, acciocchè si componga il numero 18. Inoltre si pupplichi la radice 1, e si divida il numero 28 per lo doppio 2 della radice, ed il quoziente 9 si scriva così appresso la radice 1, come appresso il di lei doppio 2. Finalmente si moltiplichi 29 per 9, ed il prodotto 261 si sottragga (dopo aver aggiunta al dividendo 58 la seguente figura 4. fin al secondo punto) dal numero 284, si noti l' avanzo 23 sotto il sudetto numero 184. Poi ricominciando l'istessa operazione da capo, si aggiunga all' avan-

zo

zo 23 la feguente figura 5, e fi formerà il numero 235. Si duplichi la radice 19, e fi divida il numero 235 per lo doppio 38 della radice 19, ed il quoziente 6 fi fcriva così appreffo la radice 19, come appreffo il fuo doppio 38. Finalmente fi moltiplichi il numero 386 per lo quoziente 6, ed il prodotto 2316 fi fottragga (dopo aver aggiunta la feguente figura 6 al dividendo 235) dal numero 2356. E ficcome l' avanzo 40, ne fiegue che la radice proffima del numero 38456 fia 196, e che l' avanzo fia 40.

Dell' eftrazione della radice quadrata.

CCLXXI.

Sia inoltre propofto di ritrovare la ridice del numero 56624834 coftante di otto figure. Si mettano i punti fotto la prima figura 4, fotto la terza 8, fotto la quinta 2, e fotto la fettima 6, ficcome fi vede quì fotto:

7524	56624834
145	. . . . . .
1502	762
15044	3748
	74434
	14258

R 2 e fi

Dell' estrazione della radice quadrata.

e si cerchi la radice di 56, fin'all'ultimo punto, la qual radice è 7, che si deve scrivere a sinistra del numero dato. Poi il di lei quadrato 49 si deve sottrarre dal numero 56, e l'avanzo 7 si deve mettere sotto la figura 6; al quale avanzo si aggiugnerà dopo la figura seguente 6, ed il numero 76, che quindi risulta, si dividerà per 14 doppio della radice 7: e siccome il quoziente è 5, si noterà questo quoziente così dopo la radice 7, come dopo il di lei doppio 14. Fatto ciò si moltiplichera 145 per 5, ed il prodotto 725 si sottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo 76 la seguente figura 2) dal numero 762 e si noterà l' avanzo 37. Poi si ricomincerà l' istesso operazione da capo: cioè si aggiugnerà all' avanzo 37 la seguente figura 4, ed il numero 374, che quindt risulta, si dividerà per lo doppio della radice 75, il quale è 150; e siccome il quoziente è 2, si noterà questo quoziente così dopo la radice 75, come dopo il di lei doppio 150. Fatto ciò si moltiplicherà il nemero 1502

per

per 2, ed il prodotto 3004 si sottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo 374 la seguente figura 8) dal numero 3748, e si noterà l' avanzo 744. Indi si ricomincerà di bel nuovo la medesima operazione da capo: cioè si aggiugnerà all' avanzo 744 la figura seguente 3, ed il numero 7443, che quindi risulta, si dividerà per lo doppio della radice 752, il qual doppio è 1504: e siccome il quoziente è 4, si noterà cotesto quoziente così dopo la radice 752; come appresso il doppio di essa 1504. Fatto ciò si moltiplicherà il numero 15044 per 4, ed il prodotto della moltiplicazione 60176 si sottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo la seguente figura 4) dal numero 7443, e si noterà l' avanzo 14253. E non essendovi più figure nel numero proposto 56634834, ne siegue che la sue radice prossima sia 7524, e che l' avanzo sia 14158. *Dell' estrazione della radice quadrata.*

CCLXXII.

Finalmente sia proposto di ritrovare la radice quadrata del numero 864905456345 castante di dodici figure.

Dell' estrazione della radice quadrata. gure. Si mettano li punti sotto la prima, terza, quinta, settima, nona, ed undecima figura, e si cerhi la radice di 86 sin all' ultimo punto; e perchè la radice è 9, si noterà questa radice 9 a sinistra del numero, e si sottrarrà il suo quadrato 81 dal numero 86.

```
930002      864905456345
183         . . . . . .
1860002       549
            000054563 45
               1736341
```

e si noterà l' avanzo 5, al quale avanzo si aggiugnerà la figura seguente 4, e si dividerà il numero 54, che quindi risulta, per 18 doppio della radice 9: e siccome il quoziente è 3, si metterà questo 3 così appresso la radice 9, come appresso il di lei doppio 18. Poi si moltiplicherà 183 per 3, ed il prodotto 549 si sottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo 54 la segunte figura 9) dal numero 549, dalla quale sottrazione non avanza alcuna cosa. Si prenderà dunque la seguente figura 0, e si duplicherà la radice 93, ed il suo doppio sarà 186,

e non

e non potendosi far la divisione, si pi-glieranno le due altre figure seguenti 5, e 4, e si metterà un zero così nella radice, come nel suo doppio; e non potendosi ancora far la divisione, essendo il numero 54 minore di 1860, si prenderanno due altre figure seguenti 5, e 6, e si metterà un' altro zero così nella radice 930, come nel suo doppio 1860; e non potendosi ancora dividere il numero 5456 per lo numero 18600, si prenderanno due altre figure seguenti 3 e 4, e si metterà un terzo zero così nella radice, come nel suo doppio: poi si dividerà 545634 per 186000, e siccome il quoziente è 2, si metterà questo quoziente così nella radice 93000, come nel suo doppio 186000; Finalmente si moltiplicherà 1860002 per 2, ed il prodotto 720004 si sottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo la seguente figura 5) dal numero 5456345, e si noterà l' avanzo 1736341: dacchè siegue, che la radice prossima del numero dato sia 930002, e che l' avanzo sia 1736341. D ll' estrazione della radice quadrata.

CCLXXIII.

Dell' approssimazione della radice quadrata.

Io non parlo quì della maniera di estrarre le radice quadrate da' rotti, perchè se ne tratterà appresso in un *Capo separato*. Nè dico ancora come si possa esaminare questo operazione; poichè ancora di questo se ne tratterà in un *Capo separato*.

CAPO TERZO.

Dell' approssimazione della Radice quadrata.

CCLXXIV.

E' Stata nel *Capo antecedente* addetto la regola, per ritrovare la vera e giusta radice de' numeri quadrati, e la prossima de' numeri non quadrati, vale a dire quella radice, la di cui differenza dalla radice vera è minore di 1: diremo io questo *Capo terzo* il modo d' approssimarsi quanto si vuole alla suddetta radice vera. Impercciocchè quantunque sia impossibile il ritrovare la vera e giusta radice de' numeri non quadrati, nulla però di manco pos-

possiamo accostarci quanto ci piace alla suddetta radice, cioè possiamo minorare all' infinito quella piccola differenza della radice prossima sulla radice vera.

Dell'approssimazione della radice quadrata.

CCLXXV.

Cotesta approssimazione si fa per via di *frazioni decimali*, vale a dire per via di frazioni, che anno per denominatore ò 10, ò 100, ò 1000 ò 10000 &c. secondo la proporzione decupla: ed ecco come, Sia proposto il numero 384, la di cui radice è 19, e l' avanzo è 23, e vogliasi avvicinare sempre più alla sua vera radice, la quale non è 20, perciocchè il quadrato di 20 è 400, molto maggiore di 384. Si aggiungano all'avanzo 23 due zeri, siccome vedesi quì sotto:

19.	595	384
29		. .
38 .	5	284
39 .	09	2300
39 .	185	37500
		231900
		. 35975

e si continui l' operazione avanti nel-
l'istes-

Dell'approssimazione della radice quadrata. l'istessa maniera, che si fa per ritrovare la radice prossima; cioè si duplichi la radice 19, e si divida il numero 230 per il di lei doppio 38, ed il quoziente 5 si scriva (separato però con un punto) così appresso la radice 19, come appresso il suo doppio 38: finalmente si moltiplichi il numero 385 per 5, ed il prodotto si sottragga dal numero 2300, l' avanzo della quale sottrazione sarà 375. Fatto ciò si dirà, che la radice più prossima del numero dato 384 sia 19 intieri, e *cinque decimi*: di fatto se si forma il quadrato della suddetta radice 19 e *cinque decimi*, si troverà che sia 380 $\frac{1}{4}$, il quale è poco lontano dal numero proposto 384.

CCLXXVI.

Volendosi poi approssimare più alla radice vera, si aggiugneranno all'avanzo 375 due altri zeri, e si formerà il numero 37500: poi si dividerà il numero 3750 per lo doppio della radice 19. 5 il qual doppio è 39. 0, e siccome il quoziente è 9, si metterà esso così dopo la radice 19. 5, come dopo

po il suo doppio 39.0. Finalmente si moltiplicherà il numero 39.09 per 9, ed il prodotto si sottrarrà dal numero 37500, e si avrà l'avanzo 2319: fatto ciò si dirà che la radice molto più prossima sia 19 intieri *cinque decimi* e *nove centesimi*, ovvero 19 intieri e *cinquantanove centesimi*. *Dell'approssimazione della radice quadrata.*

CCLXXVII.

E chi si volesse più inoltrare verso la radice vera, dovrebbe aggiugnere all' avanzo 2319 due altri zeri, e fare l' istessa operazione; ma il numero 5, che guadagneria di più colla giunta de' nuovi zeri, disegnerà non decimi, non centesimi, ma millesimi; imperciocchè quel che proviene dall' unione della prima coppia di zeri, sono decimi: quello che proviene dall' unione della seconda coppia, sono centesimi; quello che proviene dall' unione della terza coppia, sono millesimi, e così consegu entemente all' infinito: onde si dirà quì che la radice prossima del numero 483 siano 19 intieri *cinque decimi*, *nove centesimi*, *e cinque millesimi*, che tutti insieme fanno 19 intieri e *cinque-*

cento

Dell' estrazione della radice cubica. *cento e novantacinque millesimi*: e se più innanzi si volesse andare, saria bisogno mettere nell'avanzo 35675 un' altra coppia di zeri, ed operare nell' istessa maniera, che si è operato prima.

CAPO QUARTO.

Dell' estrazione della Radice cubica.

CCLXXVIII.

TEmpo è ormai di mostrare, come si possa estrarre la radice cubica da qualsivoglia numero proposto. Sia dunque proposto di ritrovare la radice cubica del numero 38645, vale a dire sia proposto di ritrovare un numero, che moltiplicato per se medesimo, ed il prodotto moltiplicato di bel nuovo per l'istesso numero produca o esattamente, o prossimamente il numero 38645. Si metta primieramente sotto la prima ficura 5 (cominciando dalla parte destra) un punto, ed un' altro punto si metta sotto la quarta figura 8: e se il numero dato costasse di più figure, si mettano ancora i suoi punti

ti sotto la settima; decima, decima terza figura, &c. sempre coll' intervallo di due figure. *Dell' estrazione della radice cubica.*

CCLXXIX.

Fatto questo si cerchi la radice cubica, o esatta, o prossima, sin' all' ultimo punto; come nel nostro esempio si cerchi la radice cubica di 38, la quale è 3, e si noti a destra del numero 38645: e perchè il di lui cubo è 27, sottrato questo cubo da 38, l'avanzo sarà 11, il quale si deve notare sotto il numero 38, siccome vedesi quì sotto:

33	38645
9	. . . .
27	11645
-----	2708
27	
81	
81	

8937	

CCLXXX.

Passando più innanzi si aggiugnerà all'avanzo 11. la seguente figura 6, e si comporrà il numero 116; si tripli-

Dell' estrazione della radice cubica.

plicherà la radice già ritrovata 3, ed il triplo 9 si noterà sotto la radice 3: indi si moltiplicherà la radice 3. per lo suo triplo 9, ed il prodottto 27 si scriverà sotto il triplo della radice 9. Per questo prodotto 27 si dividerà il suddetto numero 116; e perchè il quoziente della divisione è 3, si metterà questo quoziente appresso la prima radice 3, e se ne comporrà il numero 33. Poi si farà in primo luogo il cubo del quoziente 3, il quale è 27, e si scriverà più sotto, tirata prima una linea per separarlo dagli altri numeri. In secondo luogo si moltiplicherà il quadrato del quoziente 3, il quale è 9, per lo triplo della radice 9, ed il prodotto 81 si scriverà sotto il numero 27, lasciando però una figura, siccome si costuma nella moltiplicazione de' numeri composti. Finalmente si moltiplicherà il quoziente 3 per lo prodotto 27, nato per lo moltiplicare la radice 3 per lo suo tiplo 9, ed il prodotto 81 si scriverà più sotto, lasciando ancora una figura. Fatto ciò si unifcano in una somma questi tre numeri, la qua-

quale somma si trova essere 8937, ed aggiunte prime al numero 116 le due ultime figure 45 del numero proposto, si sottrarrà dal numero 11645 la suddetta somma; e perchè l' avanzo è 2708, ne siegue che il numero 33 sia la radice cubica prossima del numero proposto 38645, e che l' avanzo sia 2708.

Dell' estrazione della radice cubica.

CCLXXXI.

Sia in oltre proposto di ritrovare la radice cubica del numero 9845632. Si mettano i punti sotto la prima, quarta, e settima figura, vale a dire sotto il 2, sotto il 5, e sotto il 9, e si cerchi la radice cubica prossima fin' all' ultimo punto, vale a dire, di 9, la quale è 2, e notisi questa radice a sinistra dell' istesso numero, siccome si vede quì sotto, dove tutta l' operazione è posta in disteso;

Dell' estrazione della radice cubica.

```
    214          9845632
    6            . . . .
   12            1845
  -----          .584632
       1          .45288
       6
   12
  ------
  1261
  -------
     63
   1323
  ------
     64
   1008
  5292
  -------
  539344
```

CCLXXXII.

Poi si formi il cubo della radice 2, il qual cubo è 8, e' si sottragga da 9, e l'avanzo 1 si metta sotto il suddetto numero 9, al quale si aggiunga la seguente figura 8, per comporne il numero 18. In oltre si triplichi la radice 2, ed il triplo 6 si moltiplichi per l'istessa radice 2, ed il prodotto 12,

12, si scriva sotto il triplo 6 della radice 2. Per questo prodotto si deve dividere il suddetto numero 18: e perchè il quoziente della divisione è 1, si metterà questo quoziente appresso la prima radice 2, per comporne il numero 21. Poi si farà in primo luogo il cubo del quoziente 1, il quale è 1, e si scriverà più sotto, tirata prima una linea per non confonderlo cogli altri numeri. In secondo luogo si moltiplicherà il quadrato del quoziente 1, il quale è 1, per lo triplo della radice 6, ed il prodotto 6 si scriverà sotto al numero 1, lasciando però un luogo, siccome si costuma nelle moltiplicazioni de' numeri composti. Finalmente si moltiplicherà il quoziente 1 per lo prodotto 12 nato dal moltiplicare la radice 2 per lo di lei triplo 6, ed il prodotto 12 si scriverà più sotto, lasciando ancora una figura. Fatto ciò si uniranno in una somma questi tre numeri, la quale somma si trova essere 1261, ed aggiunte prima al numero 18 le due seguenti figure, 45 fin' al punto seguente, si sottrarrà dal numero 1845

Dell' estrazione della radice cubica.

Dell' estrazione della radice cubica.

la suddetta somma, e l' avanzo sarà 584, al quale si unirà la seguente figura 6, e si comporrà il numero 5846, che servirà per la divisione.

CCLXXXIII.

Per ritrovare il divisore di questa divisione, si triplicherà nell' istessa guisa la radice 21, e si noterà il triplo 63, il quale si moltiplicherà per l' istessa radice 21, ed il prodotto 1323 si noterà sotto il medesimo triplo: per questo prodotto si dividerà il suddetto num. 5846: e perchè il quoziente è 4, si noterà questo quoziente 4 appresso alla radice 21, per comporne il numero 214. Poi si farà in primo luogo il cubo del quoziente 4, il quale è 64. In secondo luogo si moltiplicherà il quadrato 16 del suddetto quoziente 4 per lo triplo 63 della radice 21. Finalmente si moltiplicherà l' istesso quoziente 4 per il numero 1323 nato dal moltiplicare la radice 21 per lo suo triplo: e notati debitamente questi tre numeri l' un sotto l' altro, con lasciare semper un luogo, la loro somma 539344 si sottrarrà (dopo aver

però

però prima aggiunto al numero 5846 le due ultime figure 32 del numero proposto) dal numero 584632; e perchè l' avanzo è 45288, ne siegue, che la radice cubica prossima del numero proposto sia 214, e l' avanzo sia il suddetto numero 45288. *Dell' estrazione della radice cubica.*

CCLXXXIV.

Finalmene sia proposto di ritrovare la radice cubica del num. 730458453214 costante di 12 figure. Si mettano li punti sotto la prima, quarta, settima, e decima figura, e si cerchi la radice cubica di 730 fino al punto; e perchè la radice è 9, si metterà questo 9 a sinistra del numero dato, e si sottrarrà il suo cubo 729 dal numero 730, e si noterà l' avanzo 1, al quale avanzo si aggiungnerà la figura segnente 4, e se ne comporrà il numero 14, siccome vedesi quì sotto, dove tutta l' operazione è posta in disteso.

Dell' estrazione della radice cubica.

9005 730458453214
2700 . . . .
2430000 1458453214
--------- . 242778089

125
67500
12150000

1215575125

CCLXXXV.

Poi per ritrovare il divisore della divisione, si triplicherà la radice 9, ed il triplo 27 si moltiplicherà per l'istessa radice 9, ed il prodotto 243 sarà il divisore; ma non potendosi il numero 14 dividere per 243, si aggiugneranno ad esso le due seguenti figure 58 fino al punto, e di più l'altra, che siegue immediatamente al punto, vale a dire 4, e si comporrà il numero 14584. Ma nell' istesso tempo si metterà un zero così appresso la radice 9, come appresso il suo triplo 27, e nel prodotto 243 si noteranno due zeri, per comporre il numero 24300, il quale servirà per la divinone. E perchè il sudetto numero 14584 non si

si può dividere per lo numero 24300, si aggiugneranno ad esso le tre seguenti figure 532, e si comporrà il numero 14584532. Poi si metterà un zero nella radice 90, un' altro nel suo triplo 270, e due se ne metteranno nel prodotto 24300, ed il num. 2430000 servirà per la divisione. Si dividerà dunque il num. 14584532 per 2430000: e perchè il quoziente è 5, si noterà questo quoziente nella radice.

Dell' estrazione della radice cubica.

CCLXXXVI.

Fatto tutto questo; si farà il cubo del quoziente 5, il quale è 125; si farà inoltre il quadrato dell' istesso quoziente, che è 25; e si moltiplicherà per lo triplo 2700 della radice. Finalmente si moltiplicherà l' istesso prodotto per lo numero 2430000 nato dal moltiplicare la radice 900 per lo di lui triplo 2700, e notati questi tre numeri debitamente l' uno sotto l' altro, lasciando sempre una figura, si sottrarrà la sua somma, la quale è 12 15675125 (avendo prima aggiunte al dividendo le due ultime figure del numero proposto, le quali sono 14) dal

Dell'approssimazione della radice cubica. dal numero 1458453214, e siccome l' avanzo è 242778089, ne siegue che la radice cubica prossima del numero dato sia 9005, e che l' avanzo sia il suddetto numero 242778089.

CAPO QUINTO.

Dell' approssimazione della Radice cubica.

CCLXXXVII.

E' Stata nel *Capo antecedente* addotta la regola per ritrovare la radice cubica prossima de' numeri non cubici, vale a dire quella radice la di cui differenza dalla vera è minore di 1: diremo ora in questo *quinto Capo* il modo di approssimarsi quanto più si vuole alla radice vera. Imperciocchè quantunque sia impossibile il ritrovare la vera e giusta radice de' numeri non cubici, nulla però di manco possiamo accostarci quanto ci piace alla sudetta radice, cioè possiamo minorare all' infinito quella piccola differenza della radice prossima dalla radice vera.

CC-

CCLXXXVIII.

Cotesta approssimazione si fa per via di *frazioni decimali*, vale a dire per via di frazioni, che anno per denominatore ò 10, ò 100, ò 1000, ò 10000 &c. secondo la proporzione decupla: ed ecco come. Sia proposto il numero 1384, la di cui radice prossima è 11, e vogliasi avvicinare sempre più alla sua vera radice, la quale non è 12; perchè il cubo di 12 è 1728 molto maggiore di 1384. Si aggiungano all' avanzo 53 tre zeri, siccome si vede quì sotto. *Dell' approssimazione della radice cubica.*

Dell' approssimazione della radice cubica.

```
   11 . 1          1384
   3               .  .
   3               . 384
   ----             53000
     1              16369
   3
   3
   ----
   331
   ----
   33
   363
   ----
     1
   33
  363
  -------
  36631
```

e si continui l' operazione avanti, nell' istessa maniera, che si fa per ritrovare la radice prossima; cioè si triplichi la radice 11, e si moltiplichi il triplo 33 per l' istessa radice 11, ed il prodotto deve servire per la divisione. Si divida dunque il numero 530 per 363, ed il quoziente 1 si scriva (separato però con un punto) dopo la

la radice 11. Poi si faccia primieramente il cubo del quoziente 1, e il quale è 1. In secondo luogo si moltiplichi il quadrato dell'istesso quoziente 1 per lo triplo 33 della radice 11. Finalmente si moltiplichi il quoziente 1 per il numero 363, nato dal moltiplicare la radice 11 per lo di lei triplo 33; e notati questi tre numeri debitamente l' uno sotto l' altro, si sottragga la loro somma 36631 dal numero 53000, e s' avrà l' avanzo 16369. Fatto ciò si dirà che la radice più prossima cubica del num. 1384 sia 11 intieri ed *un decimo*; di fatto se si forma il cubo di questa radice, si troverà che sia 1367 e *seicento trentuno millesimi*, il quale è poco lontano dal numero proposto 1384. Dell'approssimazione della radice cubica.

CCLXXXIX.

Volendosi poi approssimare più alla radice vera, si aggiugneranno all' avanzo 16469 tre altri zeri, e si formerà il numero 16369000: indi per ritrovare il divisore si triplicherà la radice 11. 1, ed il triplo 33. 3 si moltiplicherà per l' istessa radice 11. 1: il pre-

Dell' approssimazione della radice cubica.

prodotto 36963 sarà il divisore, per lo quale si dividerà il numero 163690, e siccome il quoziente è 4, si metterà esso dopo la radice 11.1. Finalmente si farà primieramente il cubo del quoziente 4, il quale è 64: poi si moltiplicherà il quadrato dell' istesso quoziente, il quale è 16 per lo triplo della radice cioè per 333, ed il prodotto è 5328: in fine si moltiplicherà l'istesso quoziente 4 per 36963, qual numero nacque moltiplicando la radice per lo suo triplo: ed ordinati questi tre prodotti debitamente, la loro somma 14838544 si sottarrà dal n. 16369000, e si avrà l'avanzo 1530456. Fatto ciò si dirà, che la radice molto più prossima siano 11 intieri *un decimo* e *quattro centesimi*; ovvero 11 intieri e *quattordici centesimi*.

CCXC.

E chi si volesse più inoltrare verso la radice vera, dovrebbe aggiugnere all' avanzo 1530456 tre altri zeri, e fare l' istessa operazione; ma il numero, che quindi si accresce alla radice, disegnerà non *decimi*, non *centesimi*,

mi, ma *millesimi*: imperciochè quel che proviene dall' unione della prima terna de' zeri, sono *decimi*; quello che proviene dall'unione della seconda terna, sono *centesimi*: quello che proviene dall'unione della terza terna, sono *millesimi*, e così conseguentemente all' infinito. E se più innanzi si volesse andare, saria bisogno mettere nell'avanzo un'altra terna di zeri, ed operare nell' istessa maniera, nella quale si è operato prima.

Del modo di estrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

CAPO SESTO.

Del modo di estrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

CCXCI.

Resta a vedere come si possano estrarre le radici quadrate e cubiche dalle frazioni. La regola è questa: volendosi estrarre la radice quadrata dalla frazione $\frac{4}{9}$, si estragga la radice quadrata prima dal numeratore 4, e poi dal denominatore 9, e dalle radici, che sono respettivamente 2, e 3 se ne componga il rotto $\frac{2}{3}$, il quale sarà la radice quadrata di $\frac{4}{9}$. Coll'istessa

Del modo di estrarre le radici quadrate, e cubiche delle frazioni.

sa regola si troverà che $\frac{4}{7}$ è la radice quadrata di *sedici quarantanovesimi*, e $\frac{2}{9}$ è la radice quadrata di *quarantanove ottantunesimi*. Similmente dovendosi estrarre la radice cubica dalla frazione $\frac{1}{8}$, si estrarrà la radice cubica prima dal numeratore 1, e poi dal denominatore 8, e dalle radici, che sono rispettivamente 1 e 2, se ne comporrà il rotto $\frac{1}{2}$, il quale sarà la radice cubica di $\frac{1}{8}$. Coll' istessa regola si troverà, che $\frac{3}{4}$ sia la radice cubica di *ventisette sessantaquattresimi*, e che $\frac{5}{8}$ sia la radice cubica di *cento venticinque cinquecento dodicesimi*.

CCXCII.

Se occorresse di estrarre la radice quadrata dal numero $6\frac{1}{4}$, il quale è un rotto annesso ad un intiero; si ridurrà esso primieramente al rotto *venticinque quarti*, e poi si estrarrà la radice, la quale si troverà essere $\frac{5}{2}$, ovvero $2\frac{1}{2}$. Parimente dovendosi estrarre la radice cubica dal numero 49 ed *otto ventisettesimi*, il quale è un rotto annesso ad un intiero, si ridurrà esso primieramente al rotto *mille tre-*

cen-

cento trentuno ventisettessimi, e poi se ne estrarrà la radice cubica, la quale si troverà essere *undici terzi*, ovvero $3 \frac{2}{3}$.

Del modo di estrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

CCXCIII.

Potrebbe accedere, come accade il più delle volte, che ò il numeratore, ò il denominatore, ò entrambi non siano quadrati, ovvero cubi perfetti: in tal caso bisogna ritrovare la radice prossima così del numeratore, come del denominatore, e poi dividere l' una per l' altra; imperciocchè il quoziente sarà la radice prossima del rotto proposto. E volendosi approssimare più alla vera radice, sarà duopo approssimarsi quanto si può alle radici del numeratore, e del denominatore. Ma sarà assai meglio, prima di fare l' operazione, rendere ò il numeratore, ovvero il denominatore quadrato perfetto, se si tratta di estrazione di radice quadrata, ovvero cubo perfetto, se si tratta d' estrazione di radice cubica: ciocchè si fa così. Sia proposto di estrarre la radice quadrata del rotto *trentatrè ottavi*, nel quale rotto nè il nume-

Del modo di estrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

meratore, nè il denominatore è quadrato perfetto. Si moltiplichi così il denominatore, come il numeratore 33 per lo denominatore 8, e da' prodotti 64, e 264 se ne componga il rotto *dugento sessantaquattro sessantaquattresimi*, il quale è eguale al rotto proposto *trentatrè ottavi*; siccome si può scorgere dal ridurlo a minimi termini: nel qual rotto il denominatore 64 è quadrato perfetto.

CCXCIV.

Fatto ciò, si trovi la radice quadrata (usando l' approssimazione spiegata nel *Capo terzo*) del numeratore 264, la quale è 16 intieri e *ventiquattro centesimi*, ovvero 16 intieri, e *sei venticinquesimi*, e si divida questa radice per la radice quadrata 8 del denominatore 64, e perchè il quoziente è 2 e *tre centesimi*, ne siegue che questo sia la radice quadrata prossima del rotto proposto *trentatre ottavi*, ovvero di $4 \frac{1}{8}$. E di fatto il quadrato della suddetta radice è 4 con un rotto, che ha 609 per numeratore, e 10000 per denominatore. Similmente do-

dovendosi estrarre la radice cubica dal rotto *ventiquattro quinti*, nel quale nè il numero 24, nè il denominatore 5 sono cubi perfetti, si moltiplicherà così il numeratore 24, come il denominatore 5 per lo quadrato dell' istesso denominatore 5, vale a dire per 25: in tal modo la frazione *venti quattro quinti* sarà ridotta a quest' altri *seicento centoventicinquesimi*, in cui il denominatore 135 è un cubo perfetto. Fatto ciò estraggasi la radice cubica così dal numeratore (usando l' approssimazione spiegata nel *Capo antecedente*), come dal denominatore 125, e le radice saranno rispettivamente $8 \frac{2}{5}$ e 5: poi si dividerà la prima per la seconda, e siccome il quoziente è il rotto *quarantadue venticinquesimi*, ne siegue che questa sia la radice cubica prossima ricercata.

Esame dell' estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

CCXCV.

Del rimanente si vuol quì avvertire, che l' istesso saria, se il numeratore e denominatore della frazione si moltiplicassero per lo nomeratore, e non già per lo denominatore; se non che allo-

Esame dell' estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

allora il numeratore degenerarebbe in quadrato, ovvere in cubo, e non già il denominatore. Essendo dunque l' istessa cosa, si moltiplicherà per quello de' due, che è più picciolo dell' altro, per non imbarazzare molto l' operazione.

CAPO ULTIMO.

Esame dell' estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

CCXCVI.

Finalmente per compimento di questa *Sezione* diremo, come si possa esaminare l' estrazione delle radici quadrate, e cubiche; vale à dire come possa conoscersi se la radice quadrata, o cubica ritrovata colle regole fin' ora prescritte sia giusta o nò. Conviene dunque sapere, che per accorgersi se la radice quadrata è giusta, sia duopo formare il quadrato dell' istessa radice: imperciocchè se aggiunto ad esso l' avanzo, proviene giustamente il numero, dal quale è stata estratta la radice quadrata, questo sarà segno in-

du-

dubitato, che non si sia errato nell' operazione; se proviene più o meno, ci sarà errore, e bisognerà per conseguente rifare tutta l' operazione da capo.

Esame dell'estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

CCXCVII.

Come dovendosi esaminare, se il numero 328 sia la radice quadrata prossima del numero 108046, e se l'avanzo sia 462, si formerà il quadrato della radice 328, il qual quadrato è 107584, e si aggiugnerà ad esso l' avanzo 462; e perchè il num. 108046, che quindi risulta, è precisamente eguale al numero dato, ne siegue che non si sia errato nell' operazione. Tutto ciò si vedrà meglio quì sotto, dove tutta l' operazione è posta in disteso.

```
  328      108046
  328      .  .  .
-------
          180
 2624      5646
 656       .462
984
  462
--------
208646
```

CCXCVIII.

Esame dell'estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

Per accorgersi poi, se la radice cubica sia giusta, fa duopo formare il cubo dell' istessa radice; imperciocchè se aggiunto ad esso l' avanzo proviene giustamente il numero, dal quale è stata estratta la radice cubica, questo sarà segno indubitato, che non si sia errato nell' operazione; se proviene più o meno, ci sarà errore, e bisognerà rifare l' operazione da capo.

CCXCIX.

Come dovendosi esaminare se il numero 28 sia la radice cubica prossima del numero 22134, se l' avanzo sia 182, si farà il cubo della radice 28, il quale cubo è 21952, e si aggiugnerà ad esso l' avanzo 182; e perchè il numero 22134, che quindi risulta, è precisamente eguale al numero proposto, ne siegue, che non si è errato nell' operazione. Tutto ciò meglio apparisce più sotto, dove tutta l'operazione è posta in disteso.

28

Esame dell'estrazione delle radici quadrate, e cubiche.

```
   28        22134
   28         . .
  ------      14134
  224          182
  56
  ------
  784
   28
  ------
  6272
 1568
   182
 --------
 22134
```

dove si vede che aggiunto l' avanzo 182 al cubo di 28, esce fuori il numero proposto 22134.

IL FINE.

INDICE

DELLE SEZIONI, E DE' CAPI.

INTRODUZIONE.

SEZIONE PRIMA.

SE-

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

SE-

SEZIONE QUARTA.

F I N E.

TAVOLA PITTAGORICA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	
C										D

Pag. 49.